

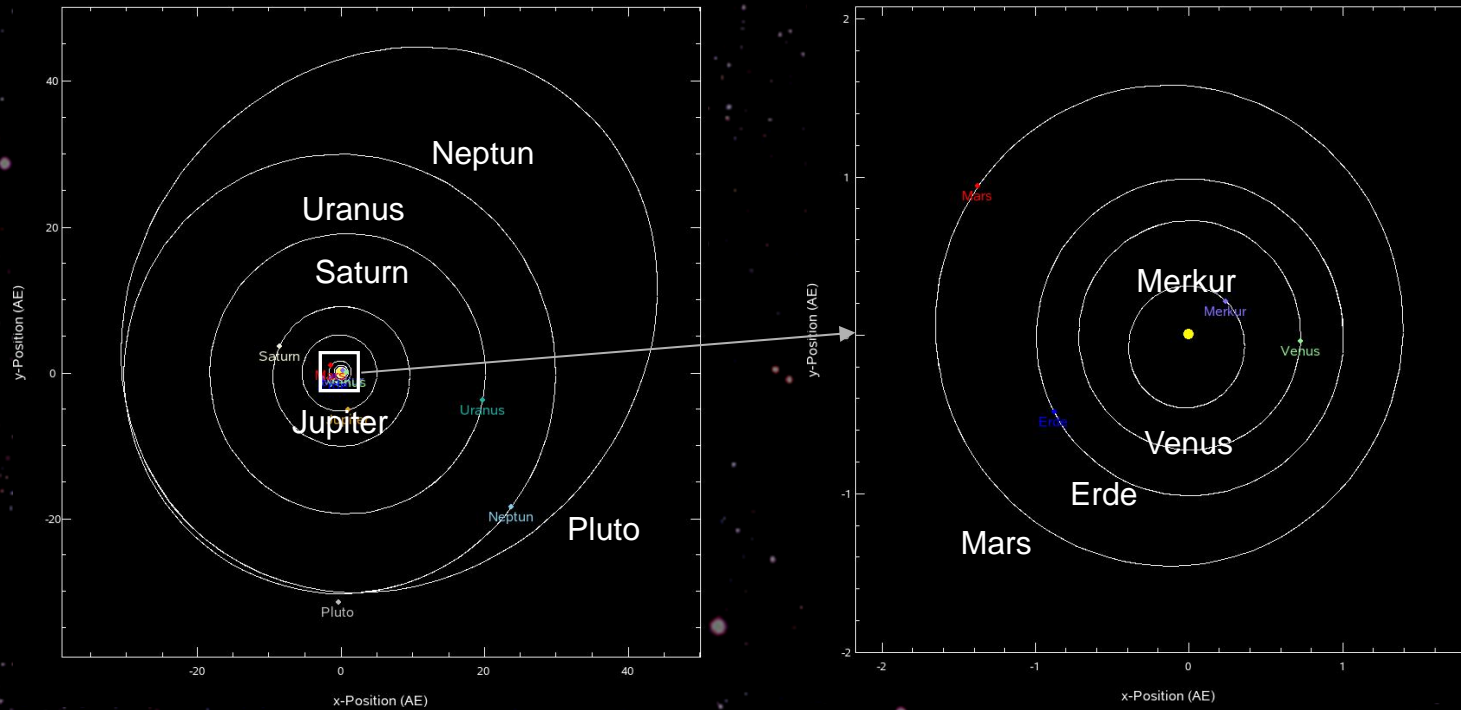
RAUMFLUGMECHANIK

... eine Reise zum **Mars**



FH Astros – VO Serie SS2014
7. April 2014
Wolfgang Steiner

Die Planeten des Sonnensystems



Planet	Halbachse $\times 10^6$ km	Umlaufzeit Jahre	Exzentrizität —	Bahnneigung Grad	Monde (> 100 km)	$\mu = Gm$ km^3/s^2
Merkur	57,9	0,24	0,205627	7,00399	0	$2,232 \times 10^4$
Venus	108,2	0,61	0,006793	3,39423	0	$3,257 \times 10^5$
Erde	149,6	1,00	0,016726	0,00000	1	$3,986 \times 10^5$
Mars	228,0	1,88	0,093368	1,84991	0	$4,305 \times 10^4$
Jupiter	778,3	11,86	0,048435	1,30536	7	$1,268 \times 10^8$
Saturn	1427,3	29,46	0,055682	2,48991	13	$3,795 \times 10^7$
Uranus	2870,3	84,01	0,047209	0,77306	5	$5,820 \times 10^6$
Neptun	4497,7	164,79	0,008575	1,77375	2	$6,896 \times 10^6$
Pluto	5913,5	248,43	0,250236	17,16990	1	$3,578 \times 10^5$

Größenvergleich



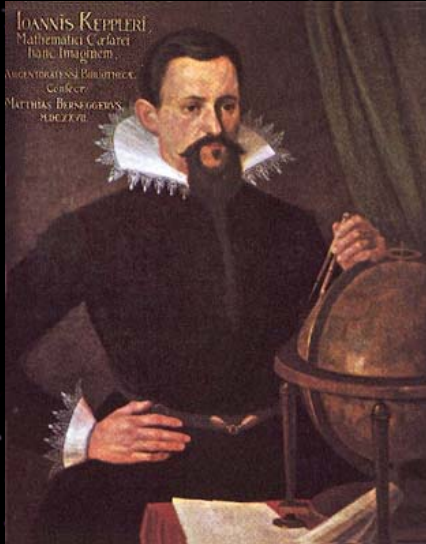
Erde



Mars

Die wesentlichen Fragen ...

- **Wie bewegen sich Raumfahrzeuge?**
- **Wie kann man Raumfahrzeuge steuern?**
- **Wie kommt man zum Mars?**
- **Wie lange dauert die Reise?**
- **Wann können wir aufbrechen?**
- **Wie viel Treibstoff wird benötigt?**



Johannes Kepler (1571-1630)

Die Keplerschen Gesetze

1. Gesetz:

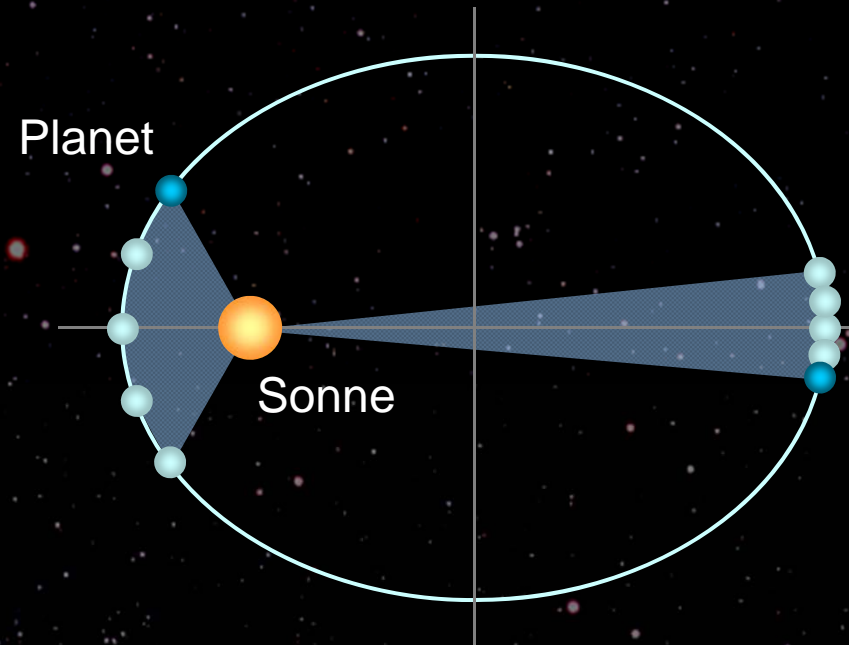
Die Planeten umlaufen die Sonne auf elliptischen Bahnen. In einem der Brennpunkte dieser Ellipsen befindet sich die Sonne.

2. Gesetz:

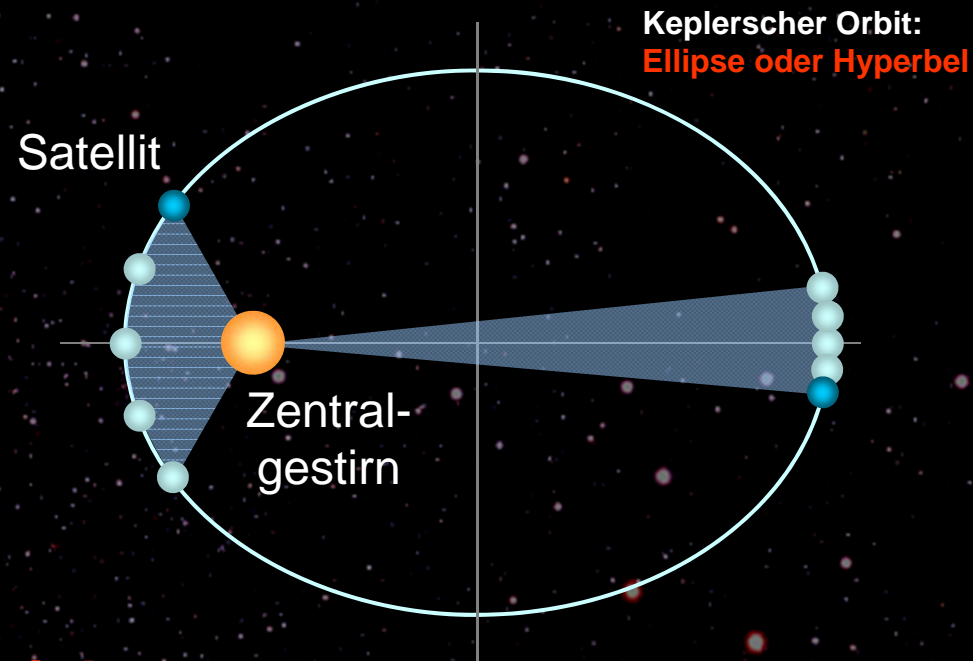
Die Linie von der Sonne zu einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

3. Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander so wie die Kuben der großen Halbachsen ihrer Bahnellipsen.

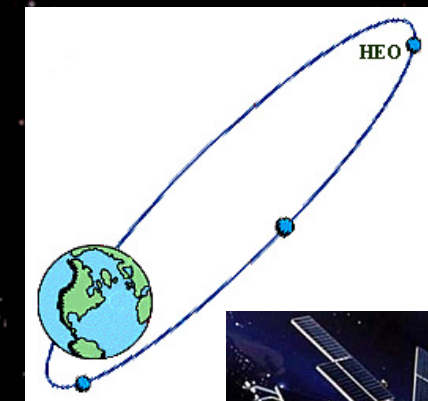
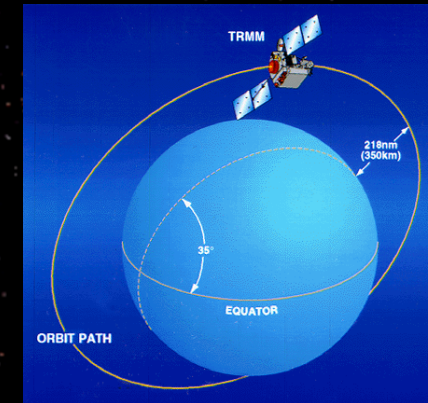


Raumflugmechanik: Keplersche Gesetze gelten analog.



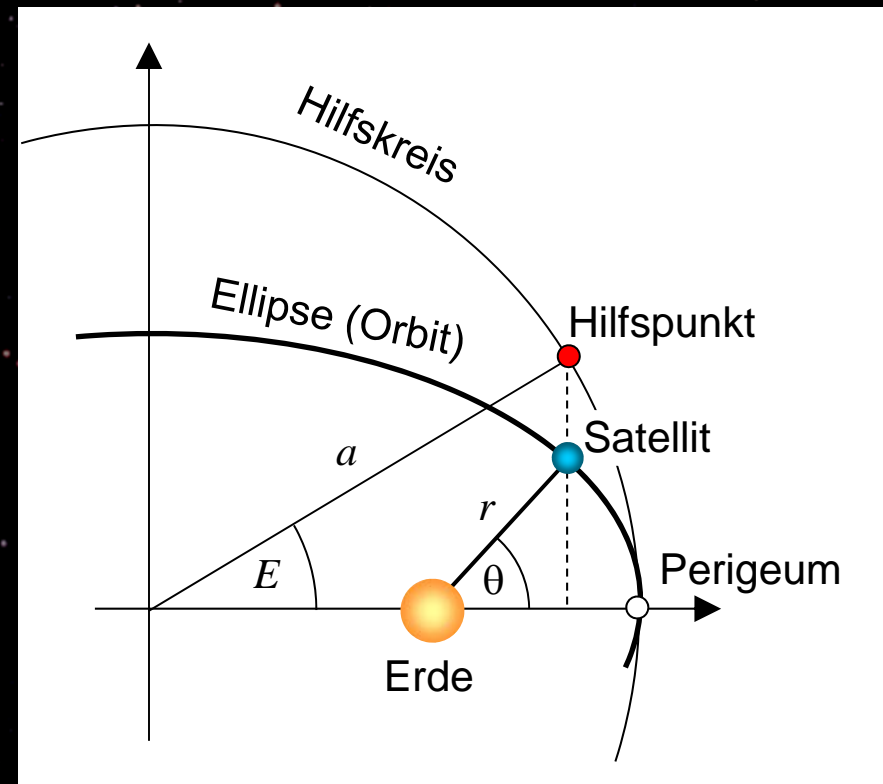
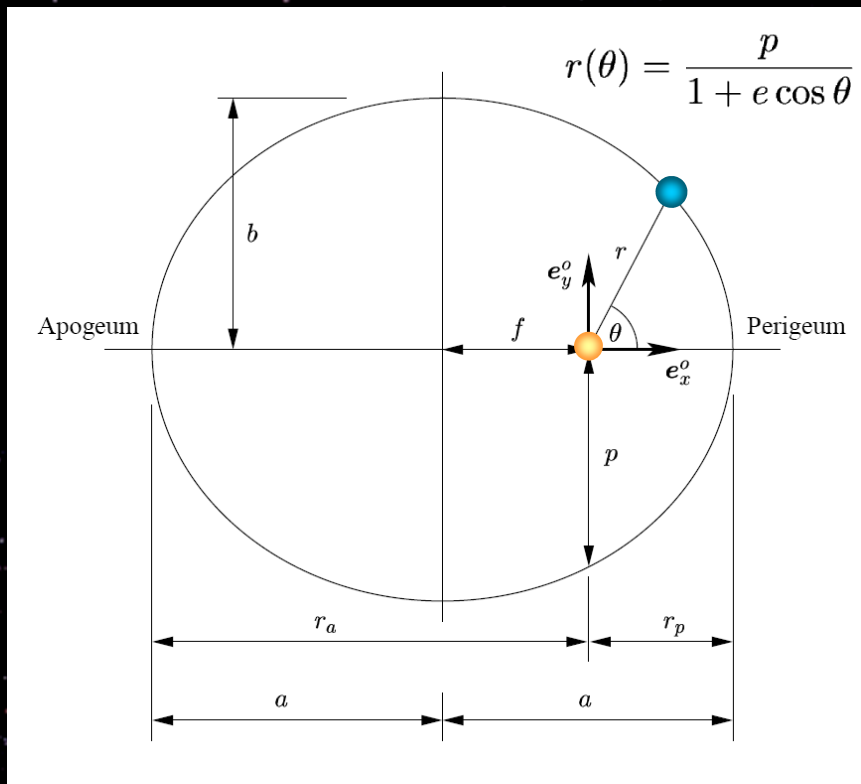
Mögliche Zentralgestirne:

- Erde
- Sonne
- Mond
- anderer Planet
- anderer Mond



Molniya Satellit





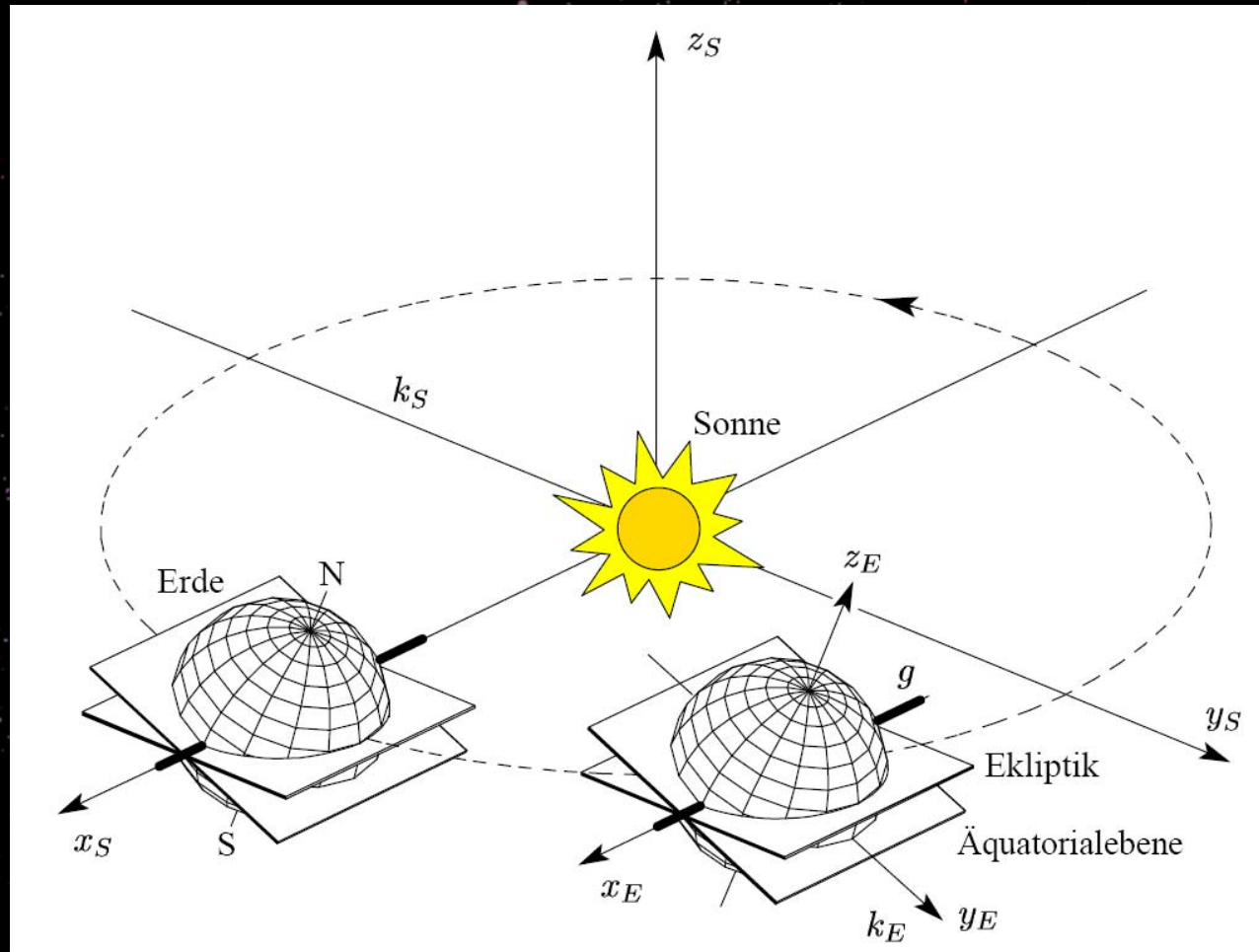
Ellipsengeometrie:

a GROSSE HALBACHSE
 f BRENNWEITE
 e EXZENTRIZITÄT (= f/a)

Die drei „Anomalien“:

θ WAHRE ANOMALIE
 E EXZENTRISCHE ANOMALIE
 τ MITTLERE ANOMALIE

Koordinatensysteme in der Raumfahrt

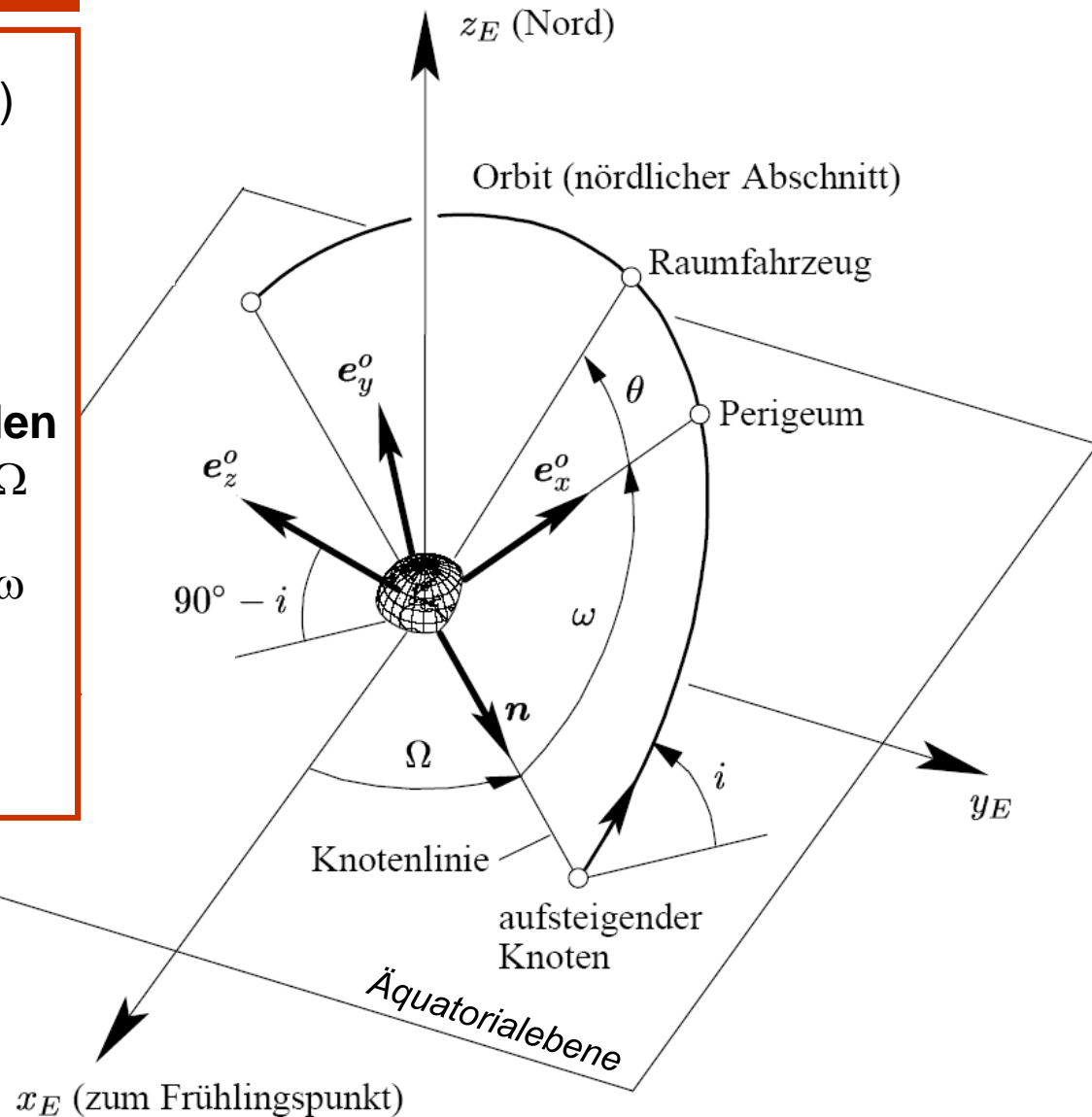


(x_E, y_E, z_E) Geozentrisches System (erdnahe Raumfahrt)

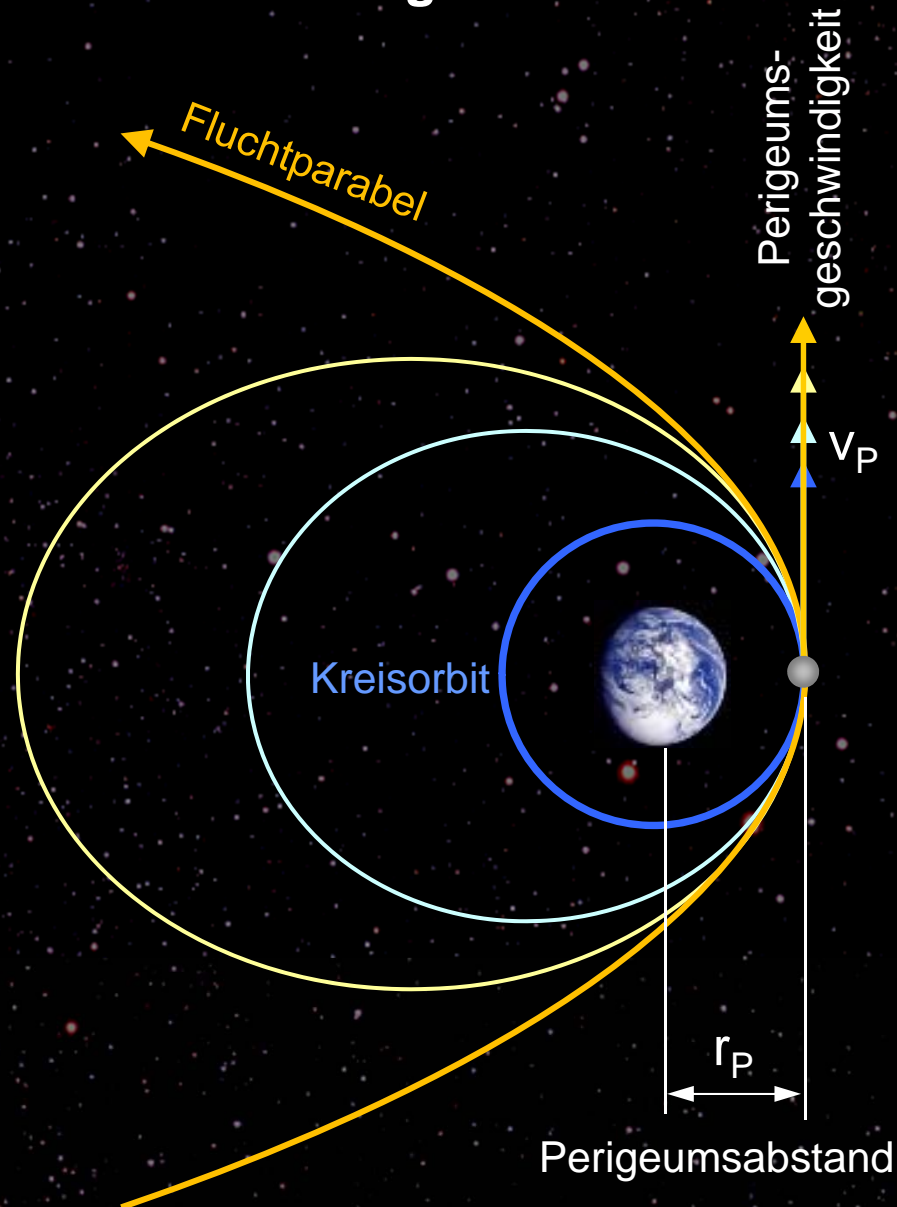
(x_S, y_S, z_S) Heliozentrisches System (interplanetare Raumfahrt)

Die „klassischen Orbitalelemente“

- Halbachse a (Umlaufzeit T)
- Exzentrizität e
- Neigung des Orbits i
- Argument des aufsteigenden Knotens (Rektaszension) Ω
- Argument des Perigeums ω
- Mittlere Anomalie zum Referenzzeitpunkt



Kosmische Geschwindigkeiten



Kreisorbit:

$$v_P = v_K = \sqrt{\frac{Gm_E}{r_P}}$$

Fluchtparabel:

$$v_P = v_{esc} = \sqrt{2}v_K$$

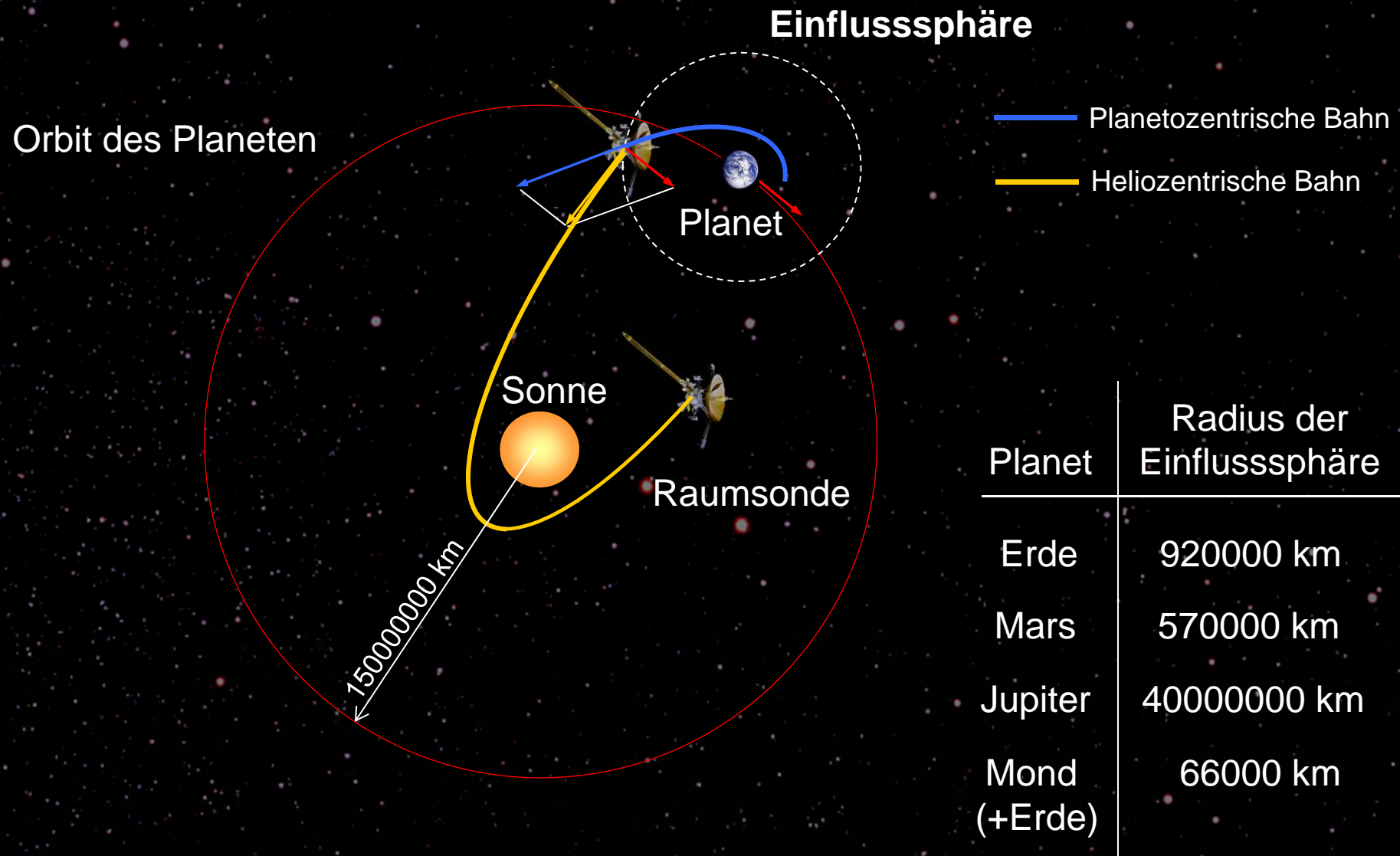
Erdnahes Perigeum:

$$r_P \approx R_E = 6378 \text{ km}$$

$$v_K = 7.9 \text{ km/s}$$

$$v_{esc} = 11.2 \text{ km/s}$$

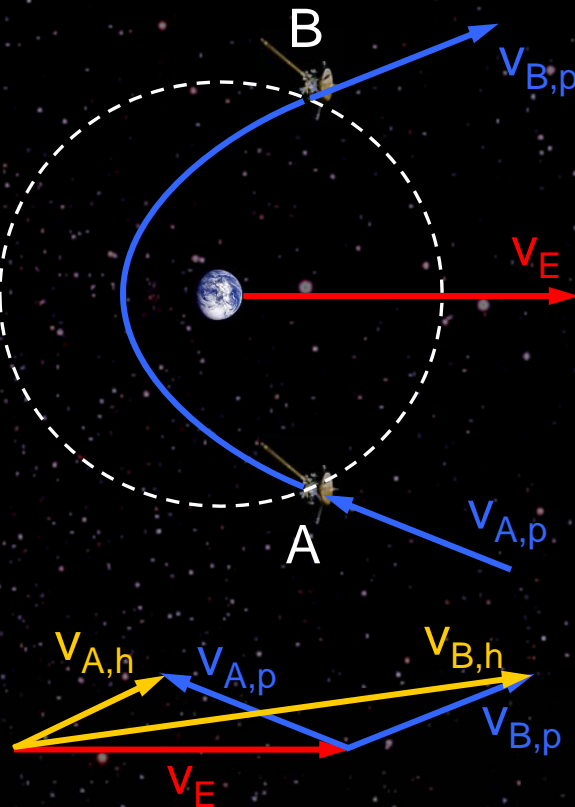
Planetozentrische und heliozentrische Orbits



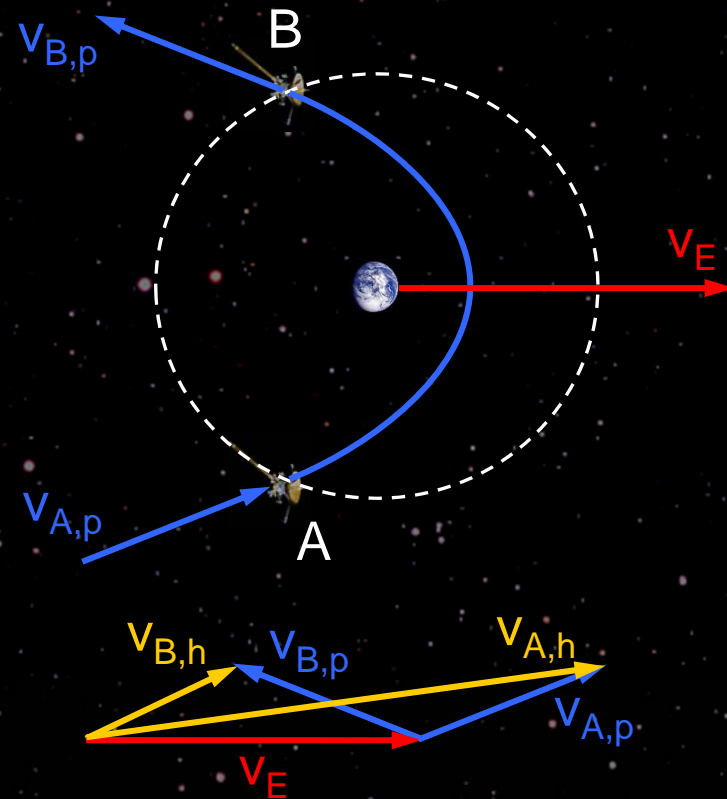
Gravity-Assist-Manöver

Annahmen:

- Einflussphäre des Planeten ist klein im Vergleich zum Sonnenabstand
- Flugzeit innerhalb der Einflussphäre vernachlässigbar

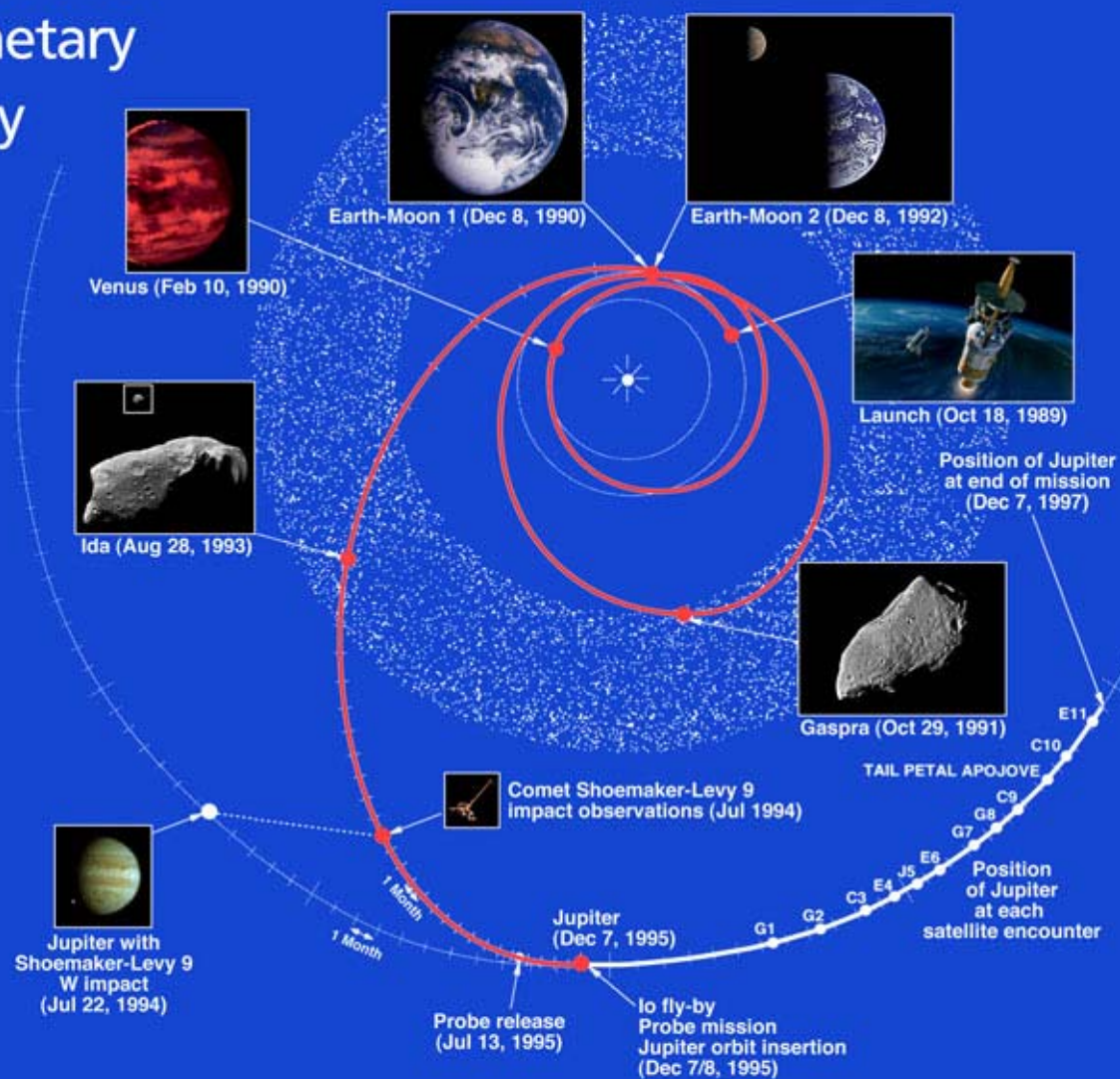


Erhöhung der heliozentrischen
Fluggeschwindigkeit



Verminderung der heliozentrischen
Fluggeschwindigkeit

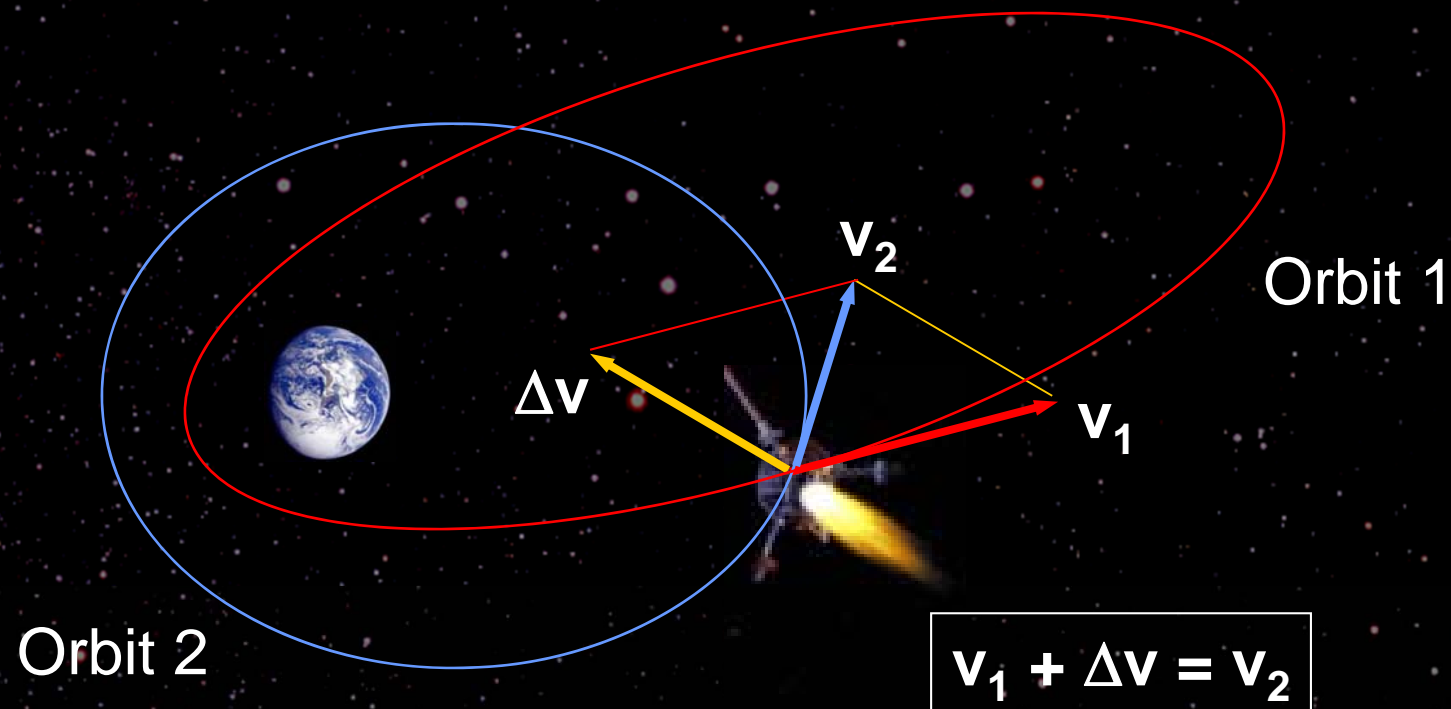
Galileo's Interplanetary Trajectory



Wie man Raumfahrzeuge aktiv steuern kann

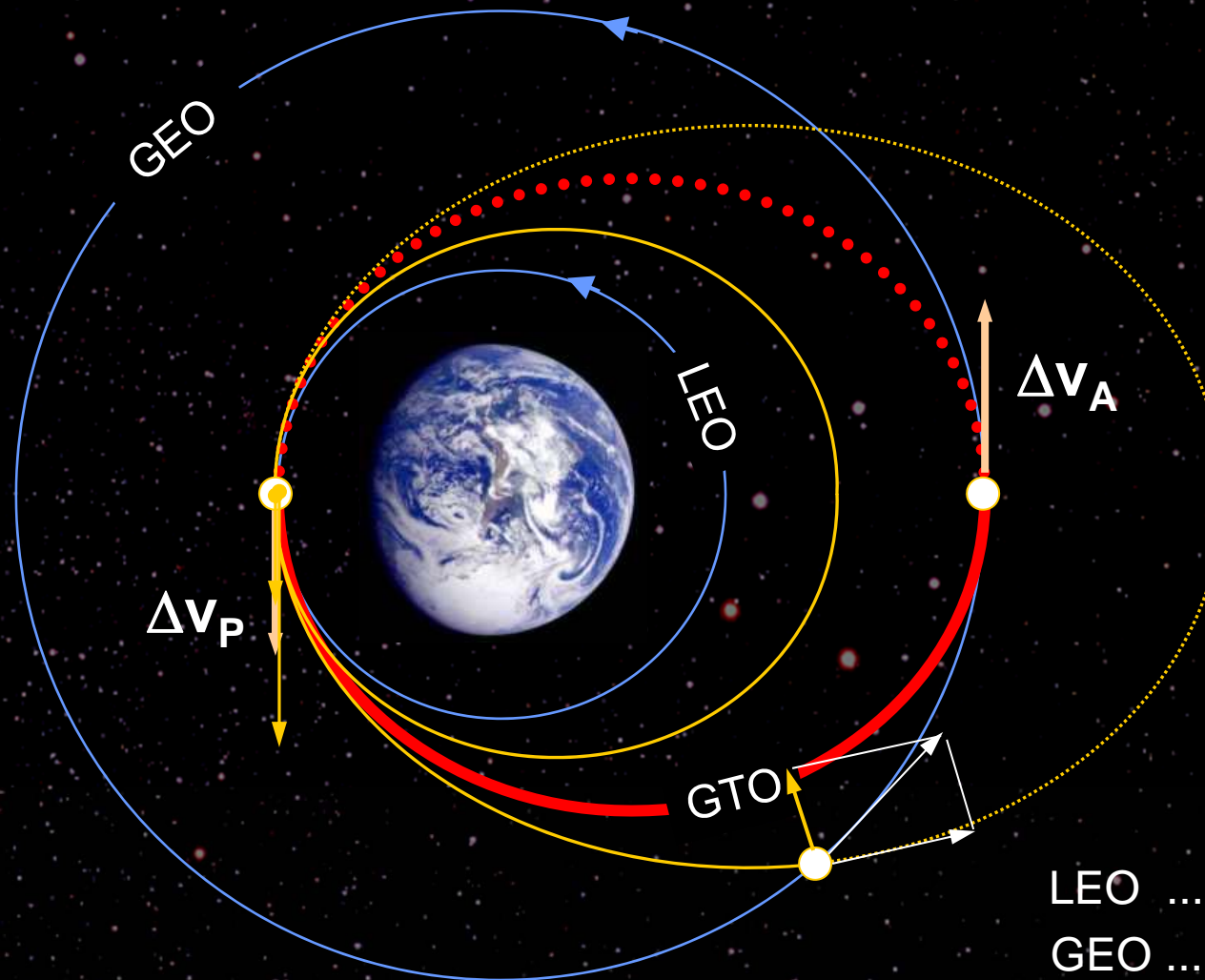
Impulsives Orbitalmanöver zur Änderung der Geschwindigkeit:

→ Ortsveränderung während der Brenndauer ist meist vernachlässigbar.



Δv durch **Raketenschub!**

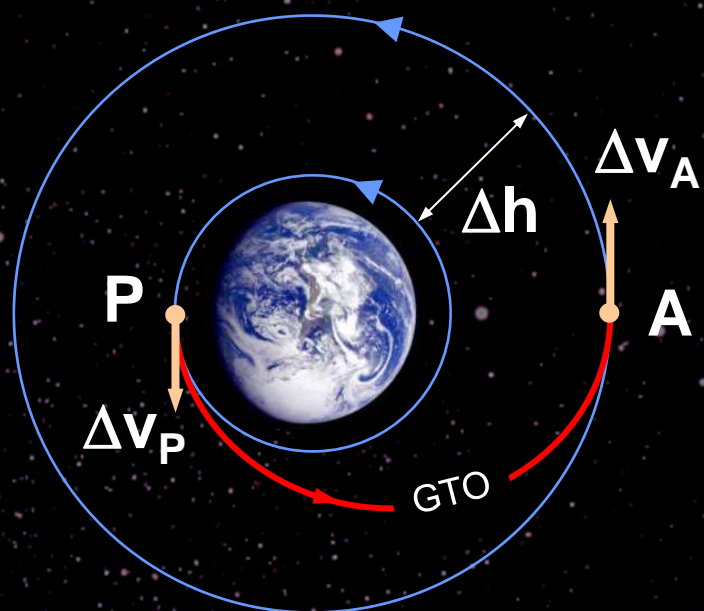
Beispiel: **HOHMANN-Transfer**



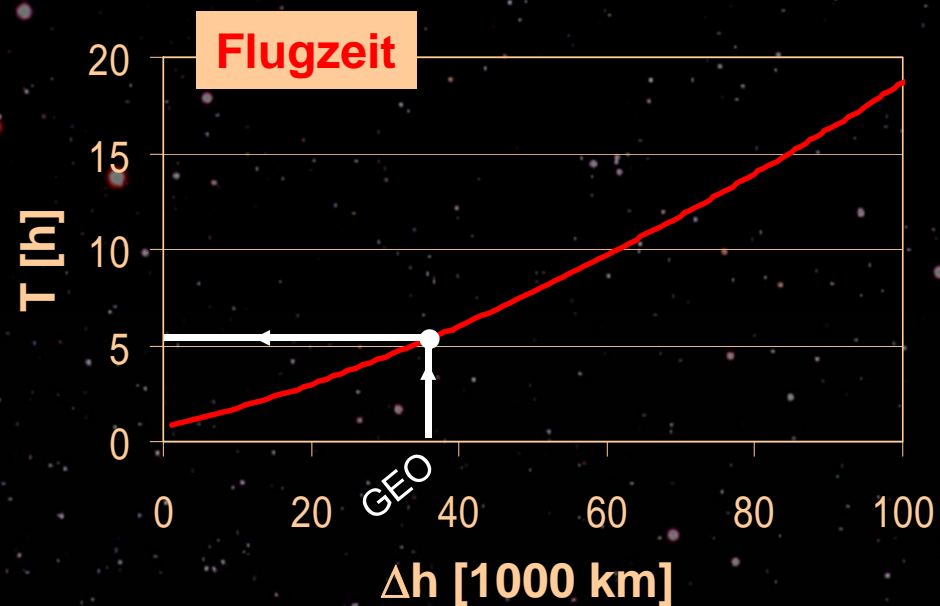
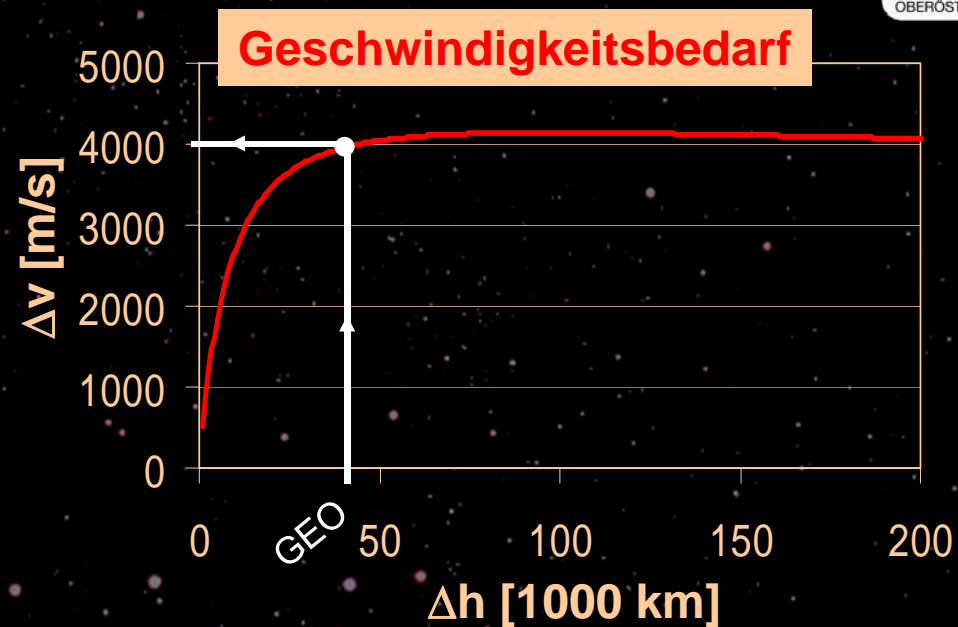
Walter Hohmann
(1880 – 1945)

LEO Erdnaher Orbit
GEO Geostationärer Orbit
GTO Transferorbit

HOHMANN-Transfer



$$\Delta v = \Delta v_P + \Delta v_A$$



Die Tsiolkovski-Gleichung

$$\Delta v = u \ln \frac{m_0}{m_f}$$



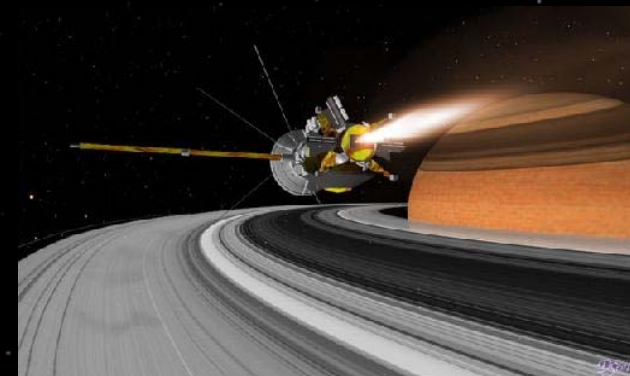
$$\frac{m_0}{m_f} = e^{\Delta v / u}$$

m_0 ... Raketenmasse vor dem Zünden
 m_f ... Raketenmasse nach Brennschluss
 Δv ... Geschwindigkeitszuwachs
 u ... Ausströmgeschwindigkeit:

LH/LOX: $u = 4500$ m/s



K. E. Tsiolkovski
(1857 – 1935)

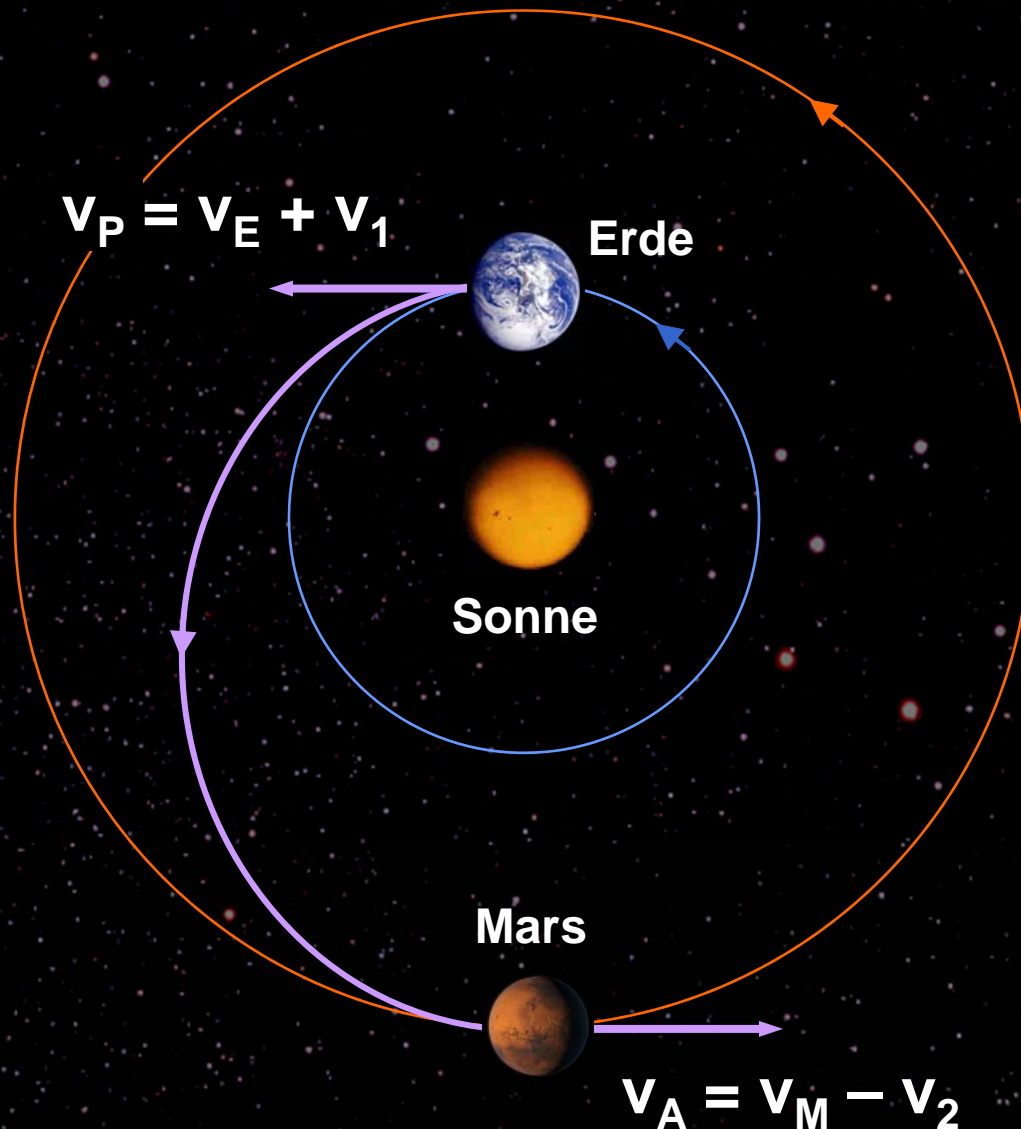


Beispiel: Wie viel Treibstoffmasse benötigt man für einen Hohmann-Transfer auf einen geostationären Orbit mit $u = 4500$ m/s?

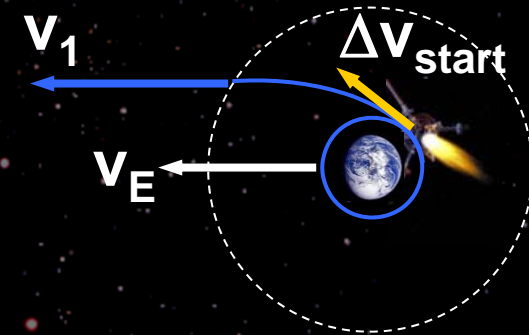
$$\Rightarrow \frac{m_0}{m_f} = e^{\frac{4010}{4500}} = 2,44$$

Die Rakete besteht zu 60% aus Treibstoff!

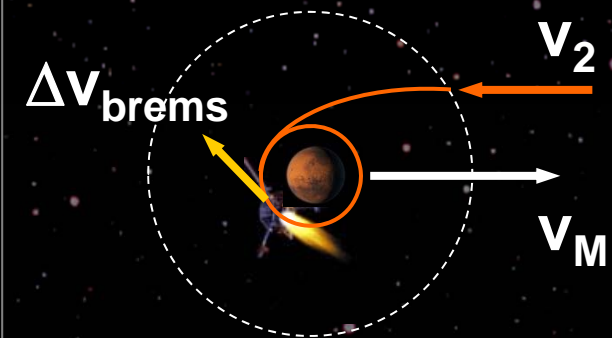
Die Flugbahn zum Mars HOHMANN-Transfer!



Einflusssphäre d. Erde:



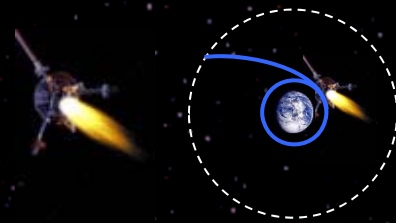
Einflusssphäre d. Mars:



Flugphasen und Flugdaten

Flugphase	Flugzeit	Impuls Δv	Treibstoff bezogen auf m_0
-----------	----------	-------------------	---------------------------------

LEO
↓
Einfluss-
sphäre

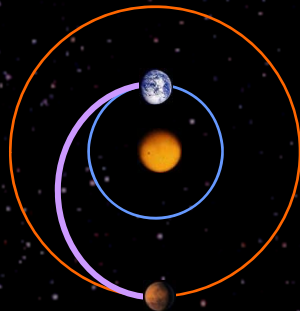


einige
Tage

3,58
km/s

55%

Einfluss-
sphäre
↓
Einfluss-
sphäre

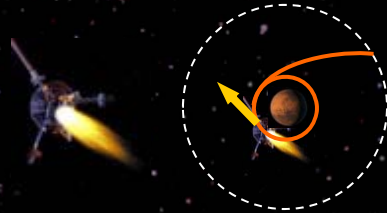


0,71
Jahre

0

0%

Einfluss-
Sphäre
↓
Marsorbit

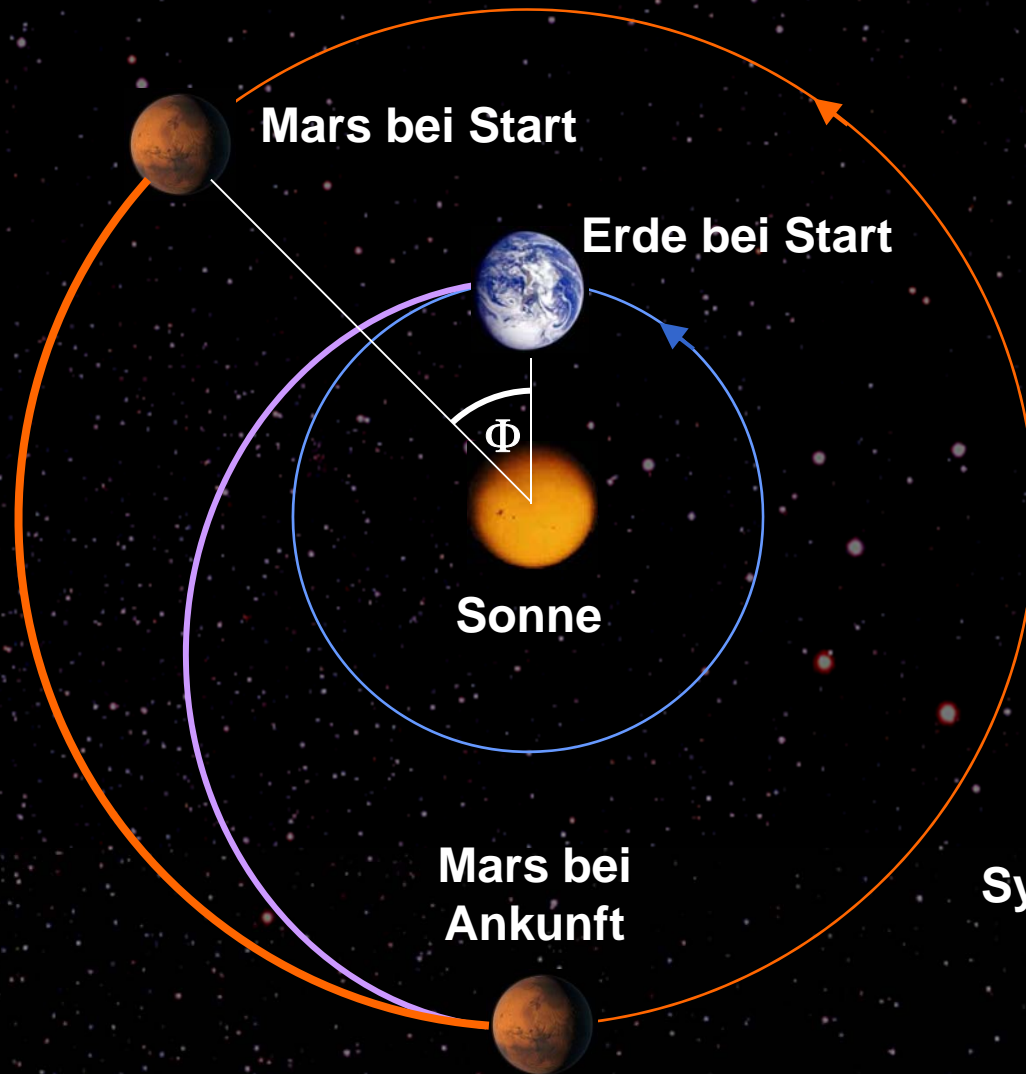


einige
Tage

2,10
km/s

17%

Wann können wir aufbrechen?



Passender
Vorhaltewinkel:

$$\Phi = 44,4^\circ$$

Erde bewegt sich
schneller als Mars:

Φ verändert sich!

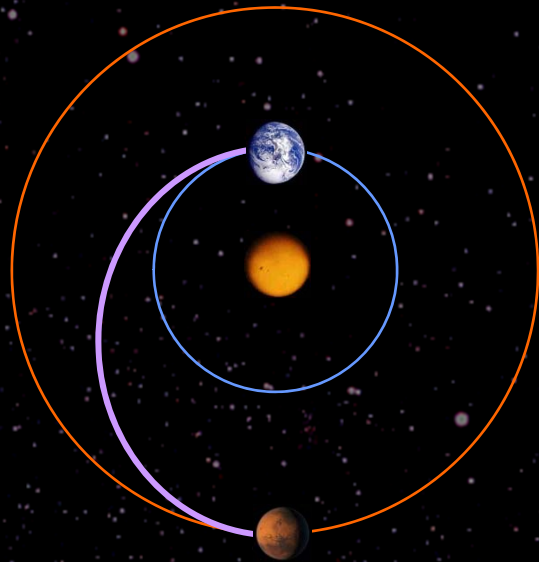
Umlaufzeit Erde: $T_1 = 1$ Jahr

Umlaufzeit Mars: $T_2 = 1,88$ Jahre

Synodische Periode: $\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$

$$T_s = 2,14 \text{ Jahre}$$

Zusammenfassung



Die Reise zum Mars:

- dauert 0,71 Jahre
- verbraucht 72% der Startmasse als Treibstoff (1x Erdorbit → Marsorbit)
- kann alle 2,14 Jahre stattfinden

