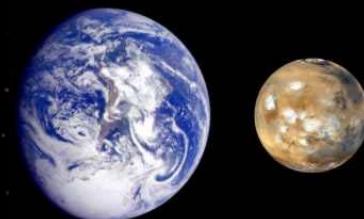


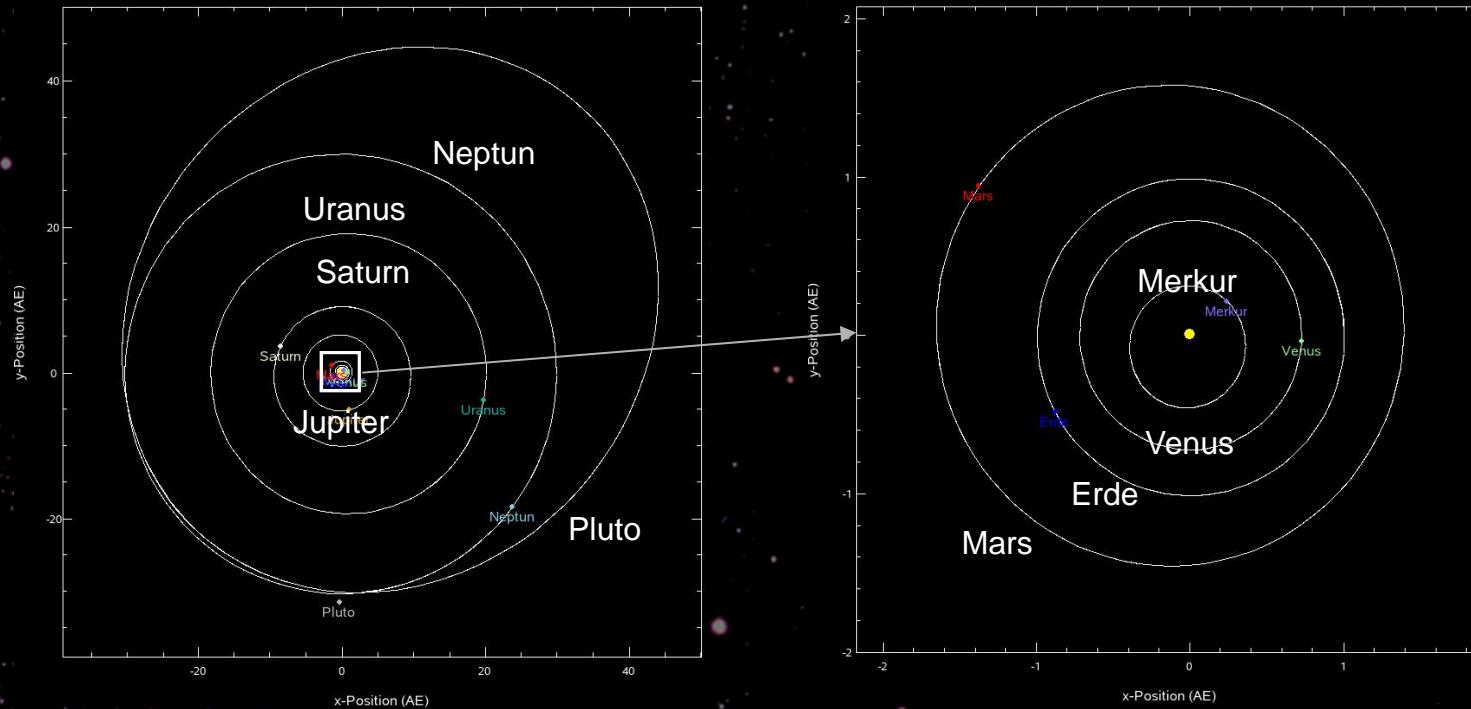
# RAUMFLUGMECHANIK

... eine Reise zum **Mars**



FH Astros – VO Serie SS2014  
7. April 2014  
Wolfgang Steiner

# Die Planeten des Sonnensystems

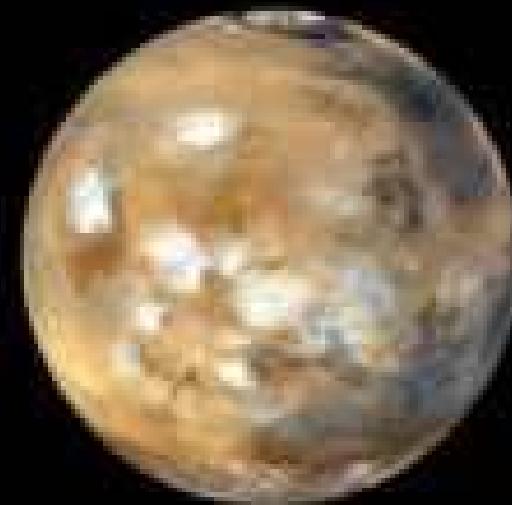


Planet	Halbachse $\times 10^6$ km	Umlaufzeit Jahre	Exzentrizität	Bahnneigung Grad	Monde ( $> 100$ km)	$\mu = Gm$ $\text{km}^3/\text{s}^2$
Merkur	57,9	0,24	0,205627	7,00399	0	$2,232 \times 10^4$
Venus	108,2	0,61	0,006793	3,39423	0	$3,257 \times 10^5$
Erde	149,6	1,00	0,016726	0,00000	1	$3,986 \times 10^5$
Mars	228,0	1,88	0,093368	1,84991	0	$4,305 \times 10^4$
Jupiter	778,3	11,86	0,048435	1,30536	7	$1,268 \times 10^8$
Saturn	1427,3	29,46	0,055682	2,48991	13	$3,795 \times 10^7$
Uranus	2870,3	84,01	0,047209	0,77306	5	$5,820 \times 10^6$
Neptun	4497,7	164,79	0,008575	1,77375	2	$6,896 \times 10^6$
Pluto	5913,5	248,43	0,250236	17,16990	1	$3,578 \times 10^5$

# Größenvergleich



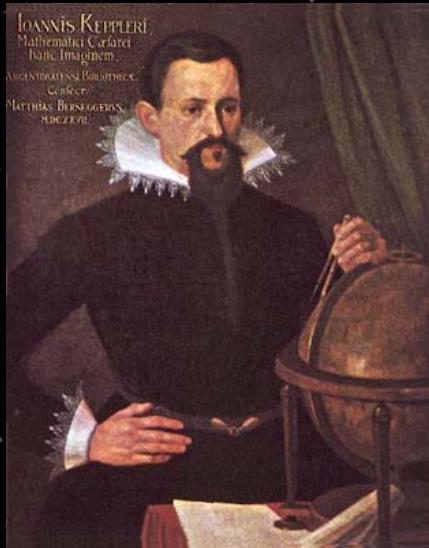
**Erde**



**Mars**

# Die wesentlichen Fragen ...

- Wie bewegen sich Raumfahrzeuge?
- Wie kann man Raumfahrzeuge steuern?
- Wie kommt man zum Mars?
- Wie lange dauert die Reise?
- Wann können wir aufbrechen?
- Wie viel Treibstoff wird benötigt?



Johannes Kepler (1571-1630)

# Die Keplerschen Gesetze

## 1. Gesetz:

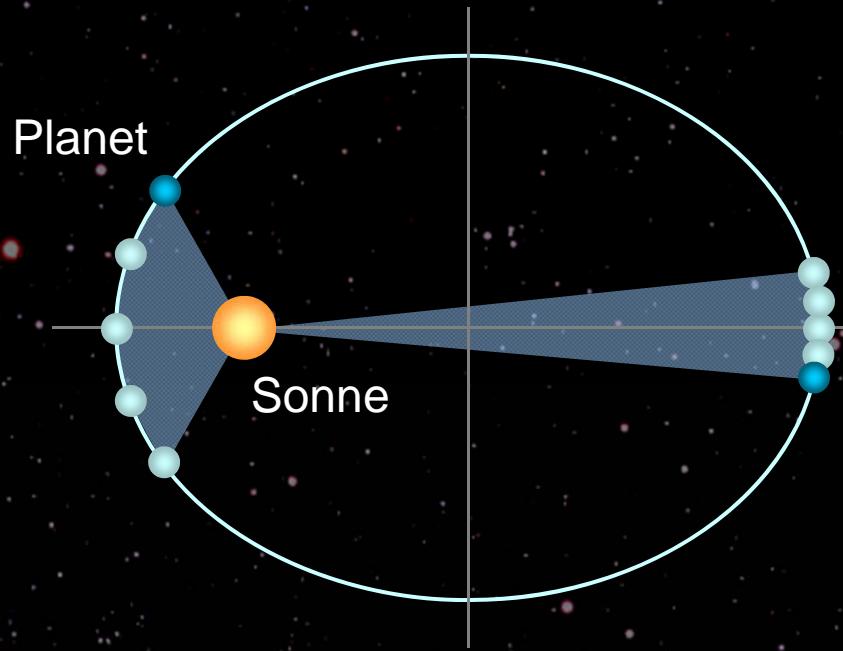
Die Planeten umlaufen die Sonne auf elliptischen Bahnen. In einem der Brennpunkte dieser Ellipsen befindet sich die Sonne.

## 2. Gesetz:

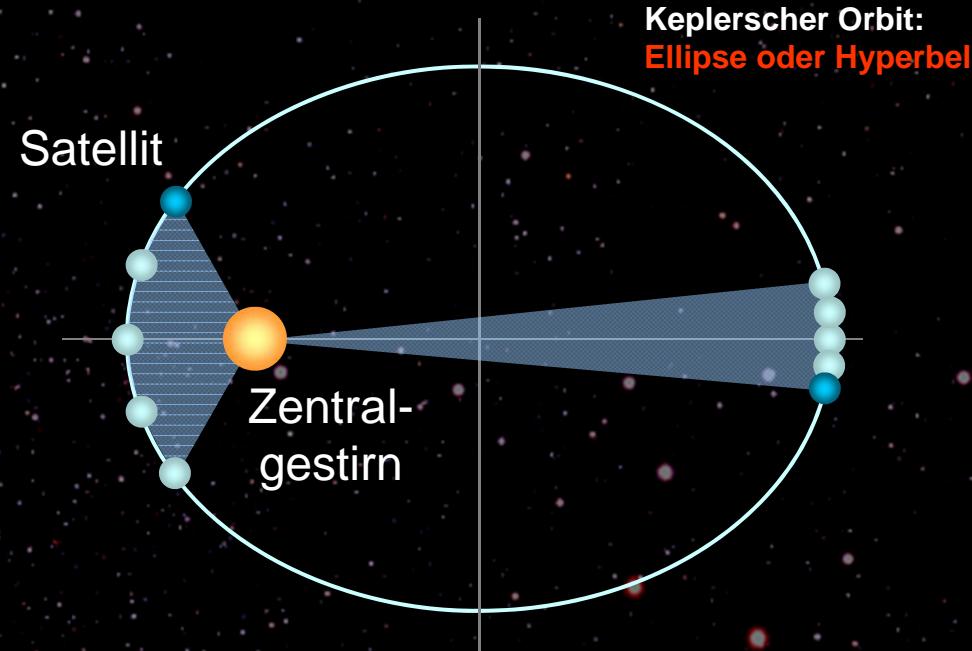
Die Linie von der Sonne zu einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

## 3. Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander so wie die Kuben der großen Halbachsen ihrer Bahnellipsen.

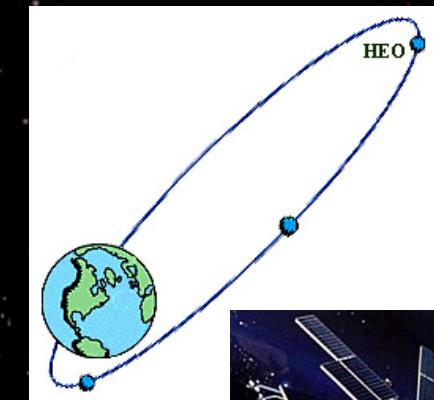
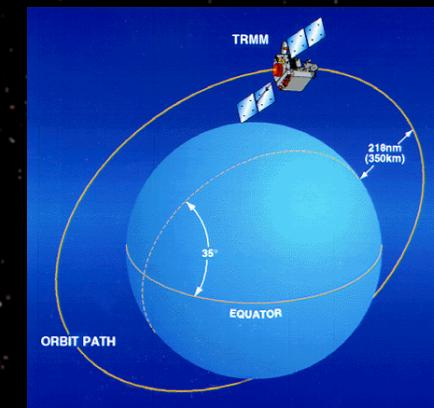


## Raumflugmechanik: Keplersche Gesetze gelten analog.



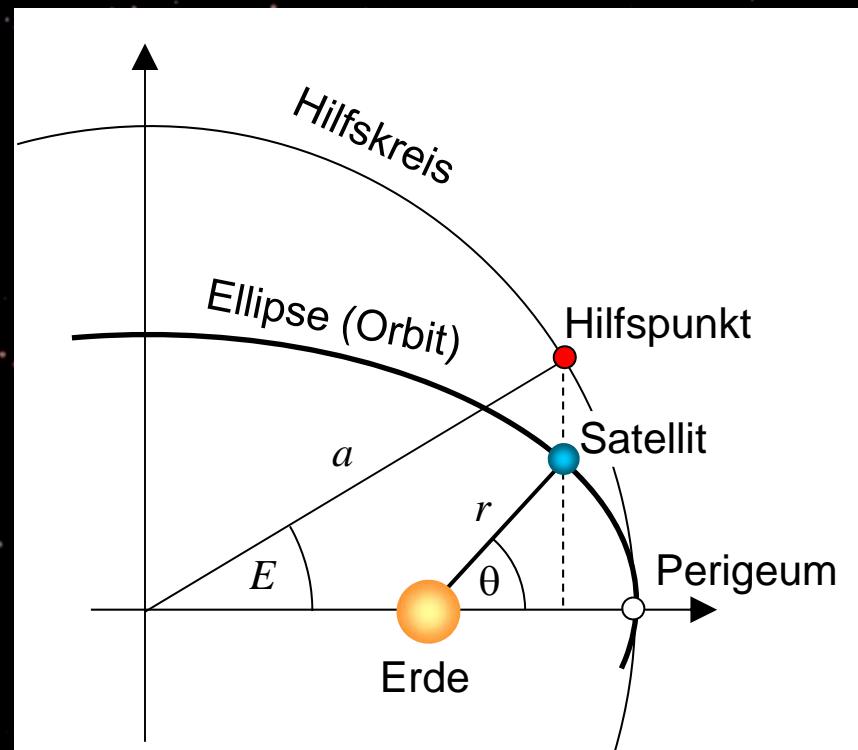
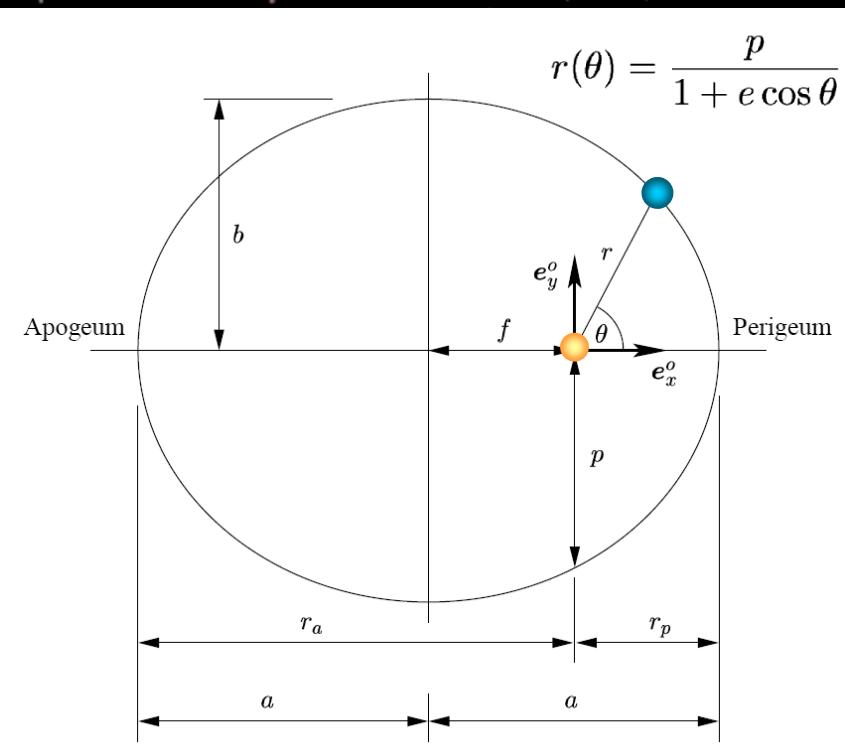
**Mögliche Zentralgestirne:**

- Erde
- Sonne
- Mond
- anderer Planet
- anderer Mond



Molniya Satellit





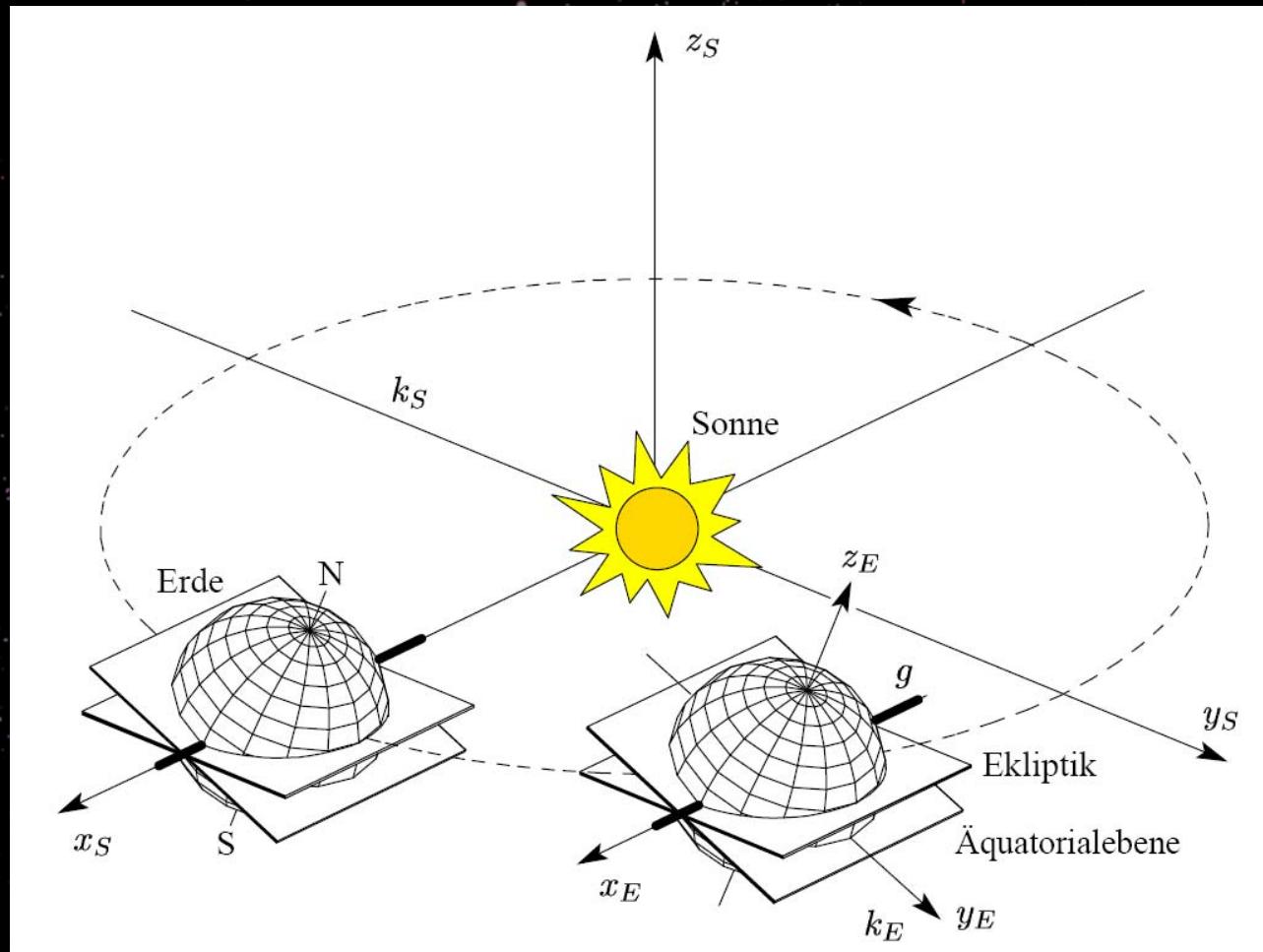
### Ellipsengeometrie:

- $a$  ..... GROSSE HALBACHSE
- $f$  ..... BRENNWEITE
- $e$  ..... EXZENTRIZITÄT (=  $f/a$ )

### Die drei „Anomalien“:

- $\theta$  ..... WAHRE ANOMALIE
- $E$  ..... EXZENTRISCHE ANOMALIE
- $\tau$  ..... MITTLERE ANOMALIE

# Koordinatensysteme in der Raumfahrt

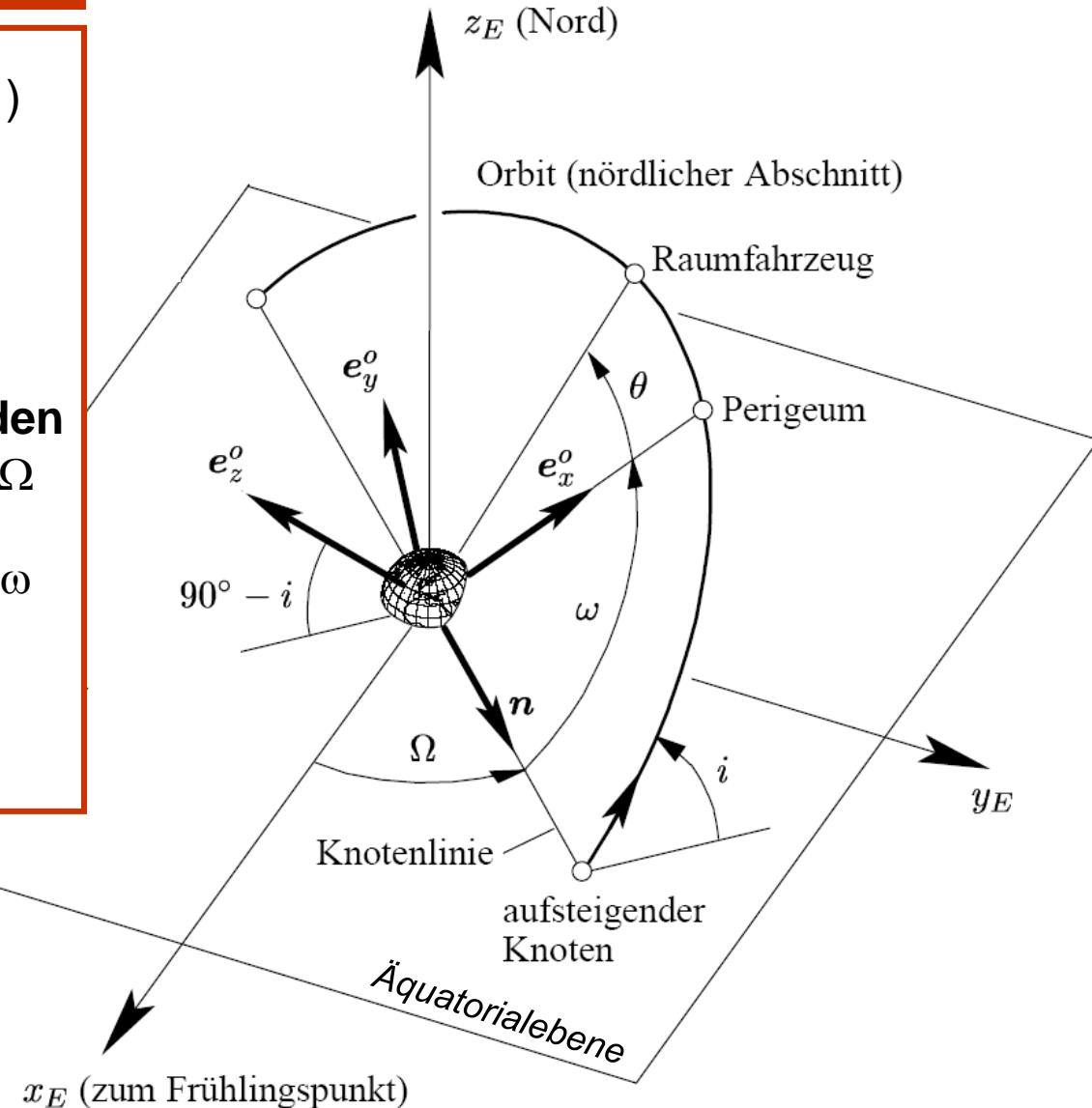


$(x_E, y_E, z_E)$  ..... Geozentrisches System (erdnahe Raumfahrt)

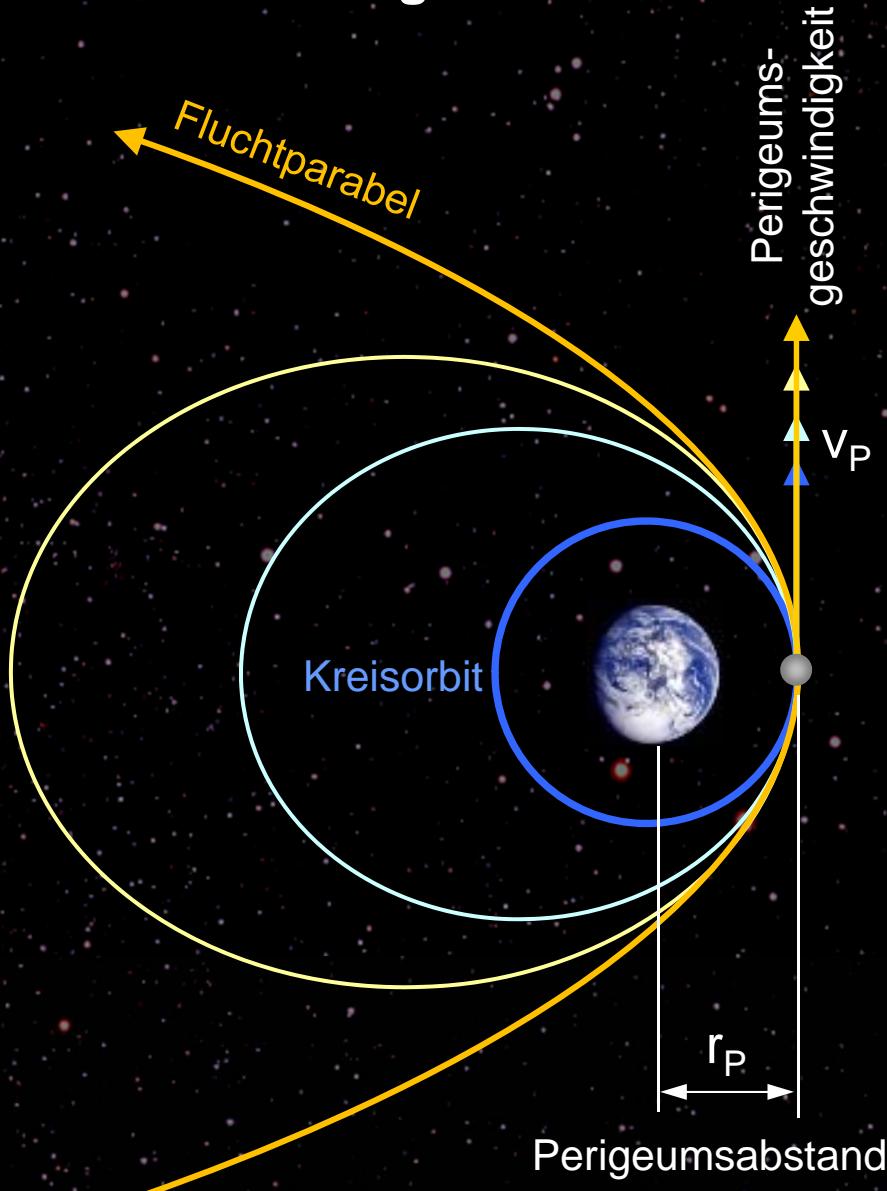
$(x_S, y_S, z_S)$  ..... Heliozentrisches System (interplanetare Raumfahrt)

## Die „klassischen Orbitalelemente“

- **Halbachse  $a$  (Umlaufzeit  $T$ )**
- **Exzentrizität  $e$**
- **Neigung des Orbits  $i$**
- **Argument des aufsteigenden Knotens (Rektasenzion)  $\Omega$**
- **Argument des Perigeums  $\omega$**
- **Mittlere Anomalie zum Referenzzeitpunkt**



# Kosmische Geschwindigkeiten



Kreisorbit:

$$v_P = v_K = \sqrt{\frac{G m_E}{r_P}}$$

Fluchtparabel:

$$v_P = v_{esc} = \sqrt{2} v_K$$

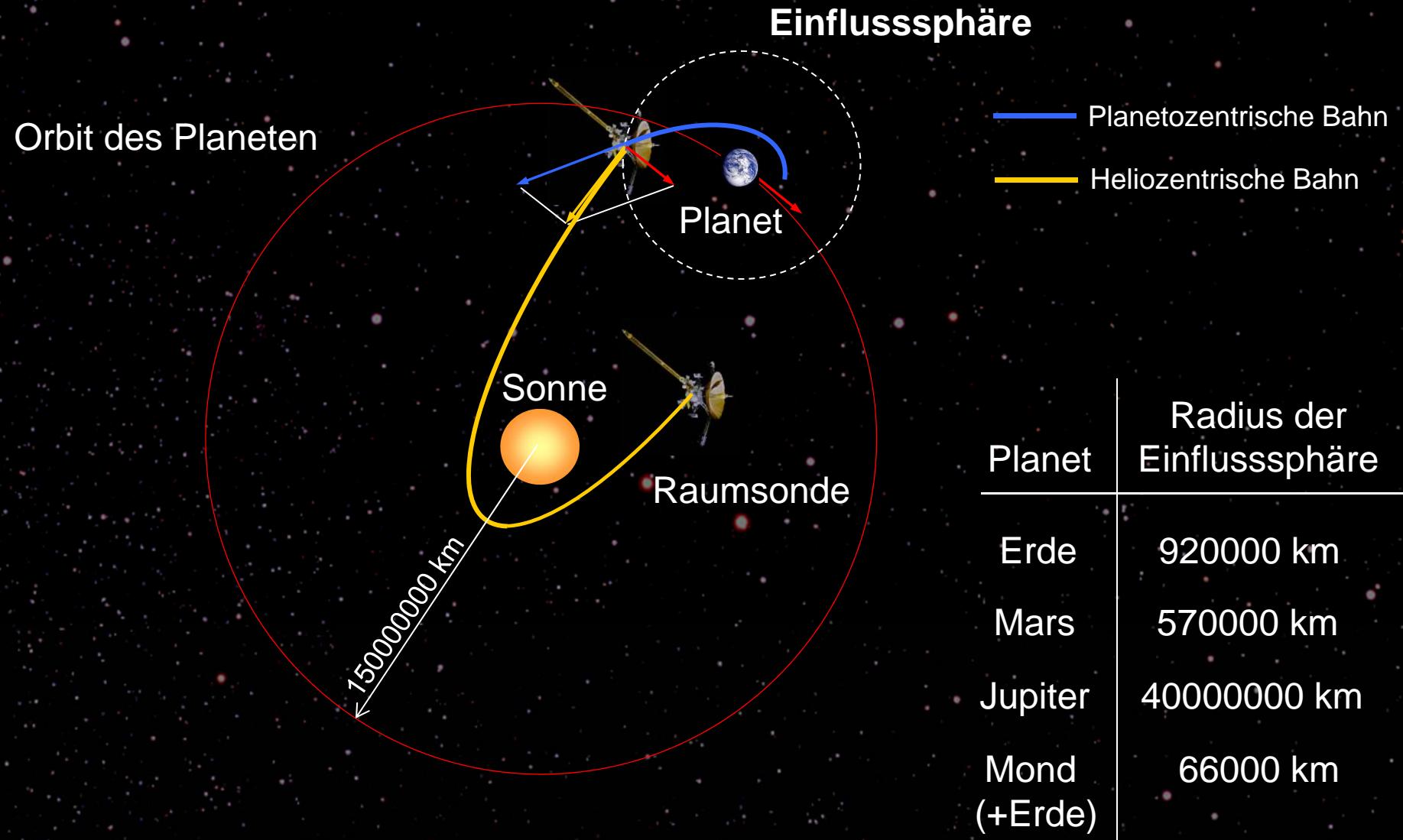
Erdnahes Perigeum:

$$r_P \approx R_E = 6378 \text{ km}$$

$$v_K = 7.9 \text{ km/s}$$

$$v_{esc} = 11.2 \text{ km/s}$$

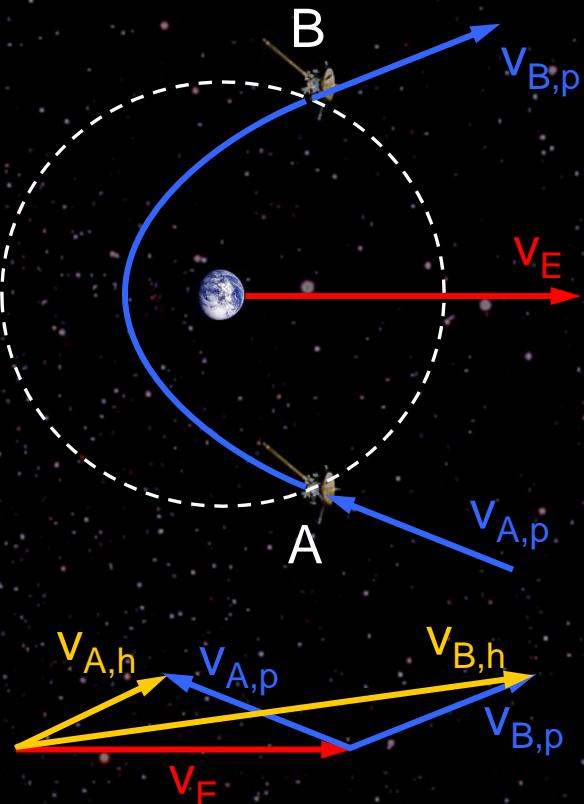
# Planetozentrische und heliozentrische Orbits



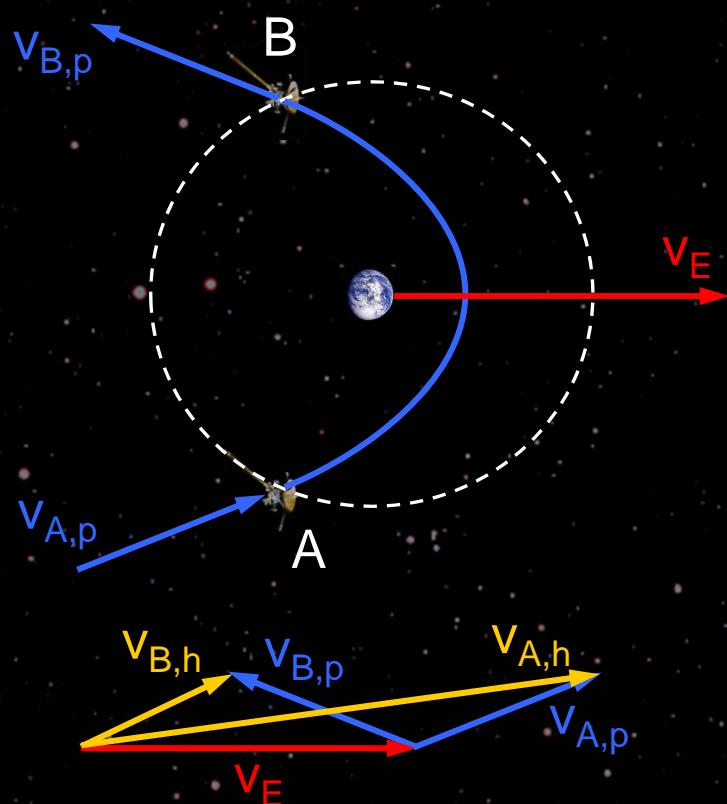
# Gravity-Assist-Manöver

## Annahmen:

- Einflusssphäre des Planeten ist klein im Vergleich zum Sonnenabstand
- Flugzeit innerhalb der Einflusssphäre vernachlässigbar

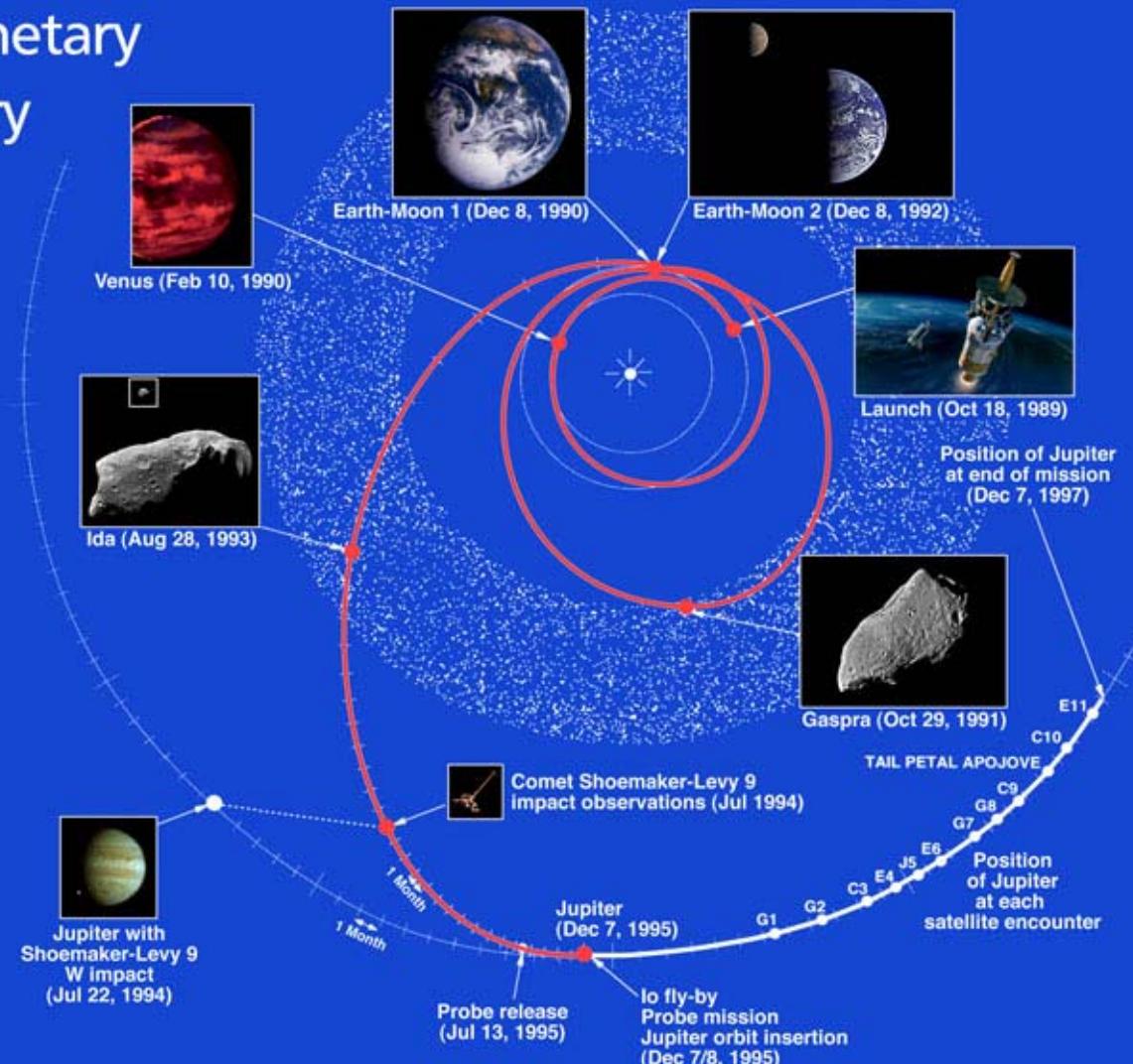


Erhöhung der heliozentrischen  
Fluggeschwindigkeit



Verminderung der heliozentrischen  
Fluggeschwindigkeit

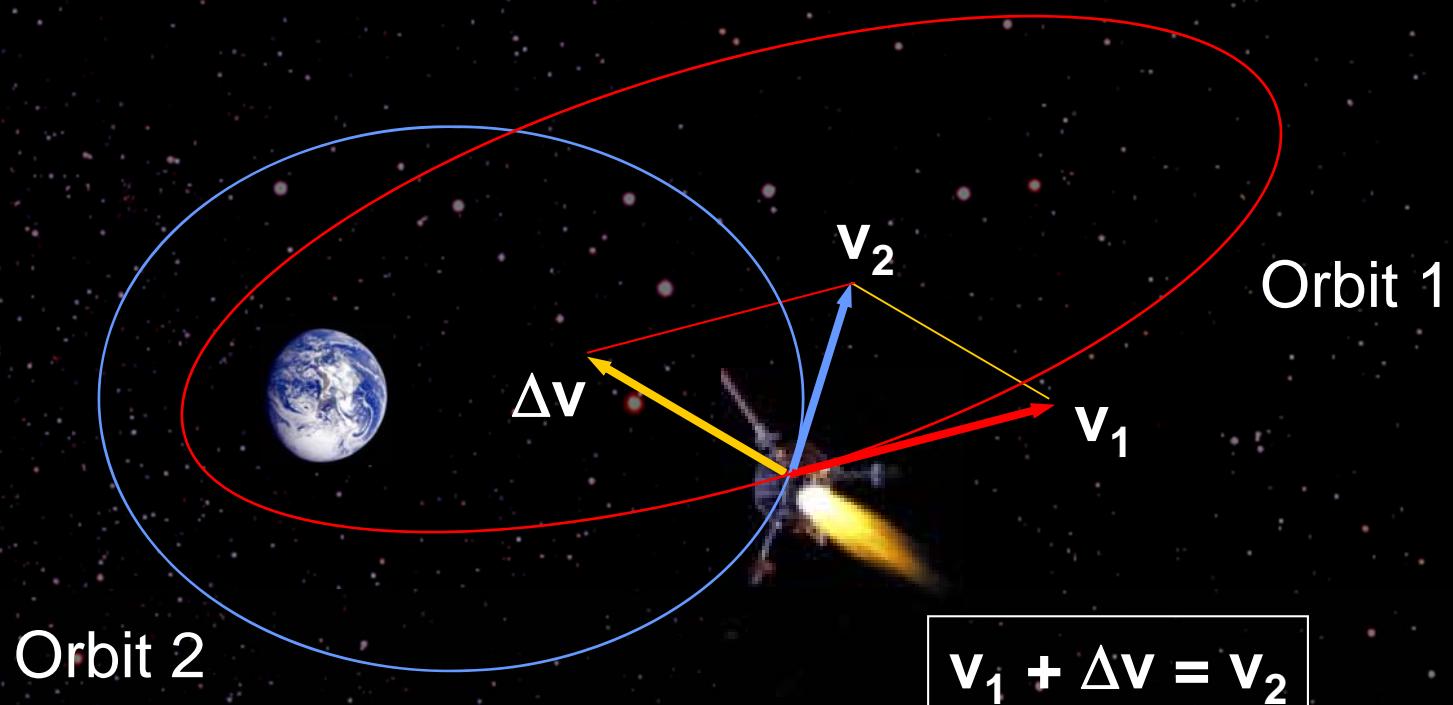
# Galileo's Interplanetary Trajectory



# Wie man Raumfahrzeuge aktiv steuern kann ....

## Impulsives Orbitalmanöver zur Änderung der Geschwindigkeit:

→ Ortsveränderung während der Brenndauer ist meist vernachlässigbar.

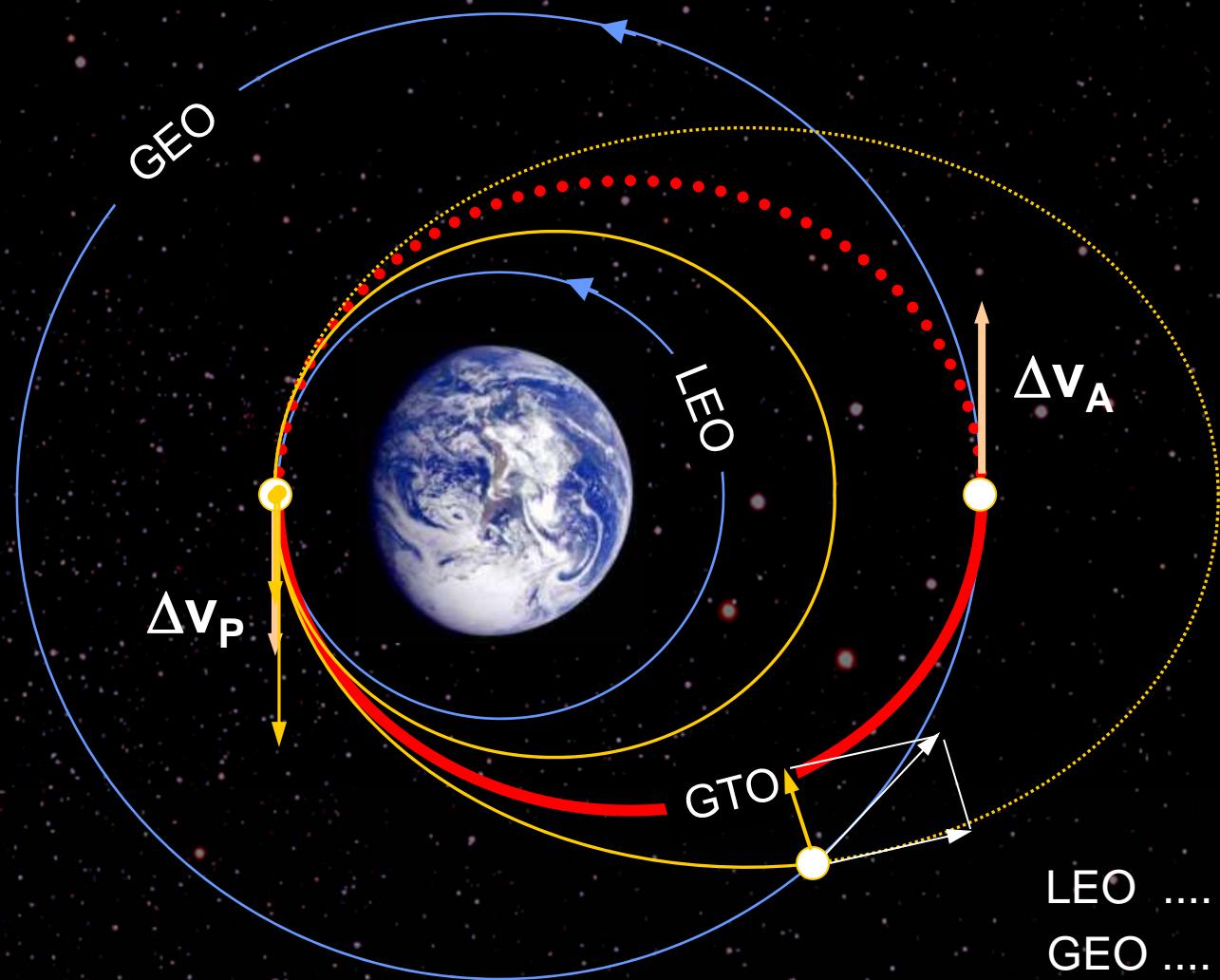


**$\Delta v$  durch Rakentenschub!**

# Beispiel: HOHMANN-Transfer

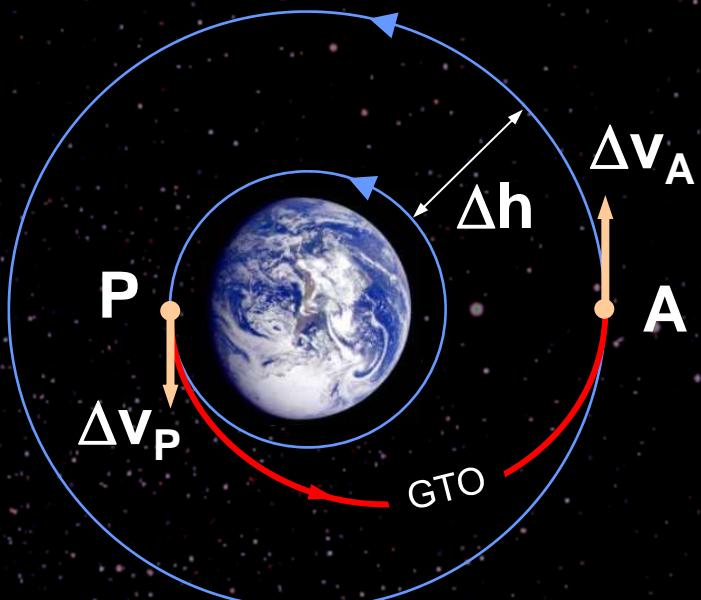


Walter Hohmann  
(1880 – 1945)

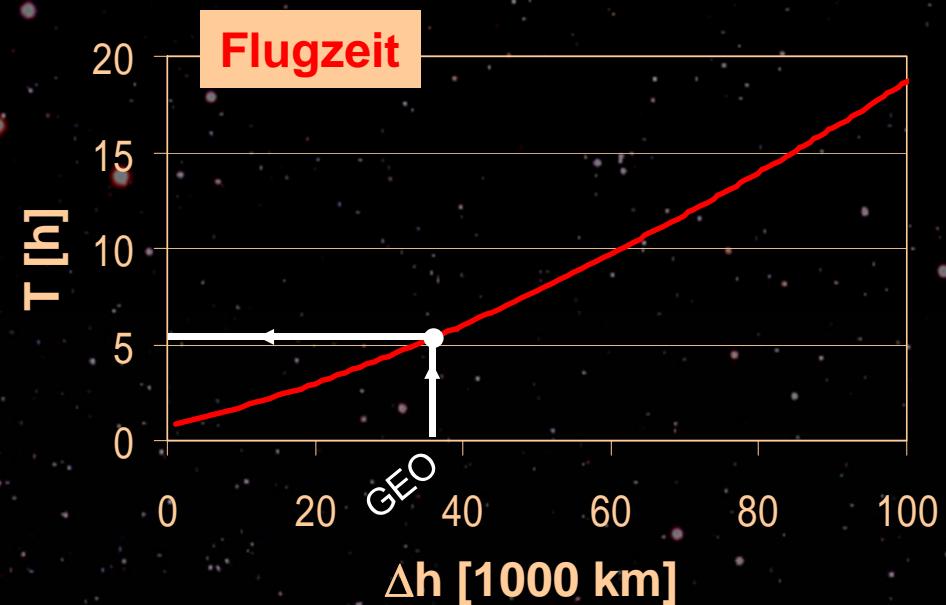
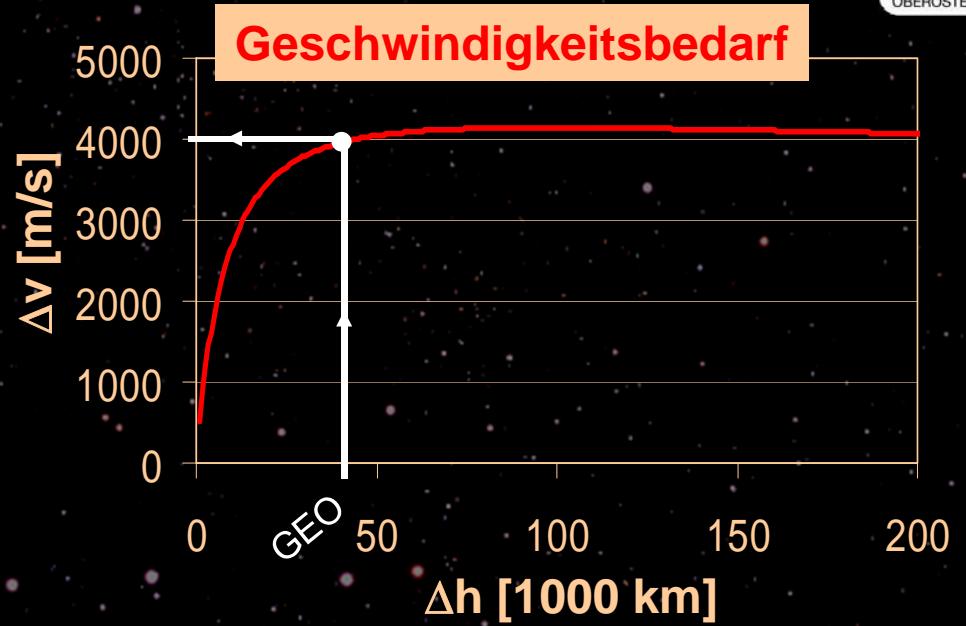


LEO .... Erdnaher Orbit  
 GEO .... Geostationärer Orbit  
 GTO .... Transferorbit

## HOHMANN-Transfer



$$\Delta v = \Delta v_P + \Delta v_A$$



# Die Tsiolkovski-Gleichung

$$\Delta v = u \ln \frac{m_0}{m_f}$$



$$\frac{m_0}{m_f} = e^{\Delta v / u}$$

$m_0$  ... Raketenmasse vor dem Zünden  
 $m_f$  ... Raketenmasse nach Brennschluss  
 $\Delta v$  ... Geschwindigkeitszuwachs  
 $u$  ... Ausströmgeschwindigkeit:  
 LH/LOX:  $u = 4500$  m/s



K. E. Tsiolkovski  
(1857 –1935)

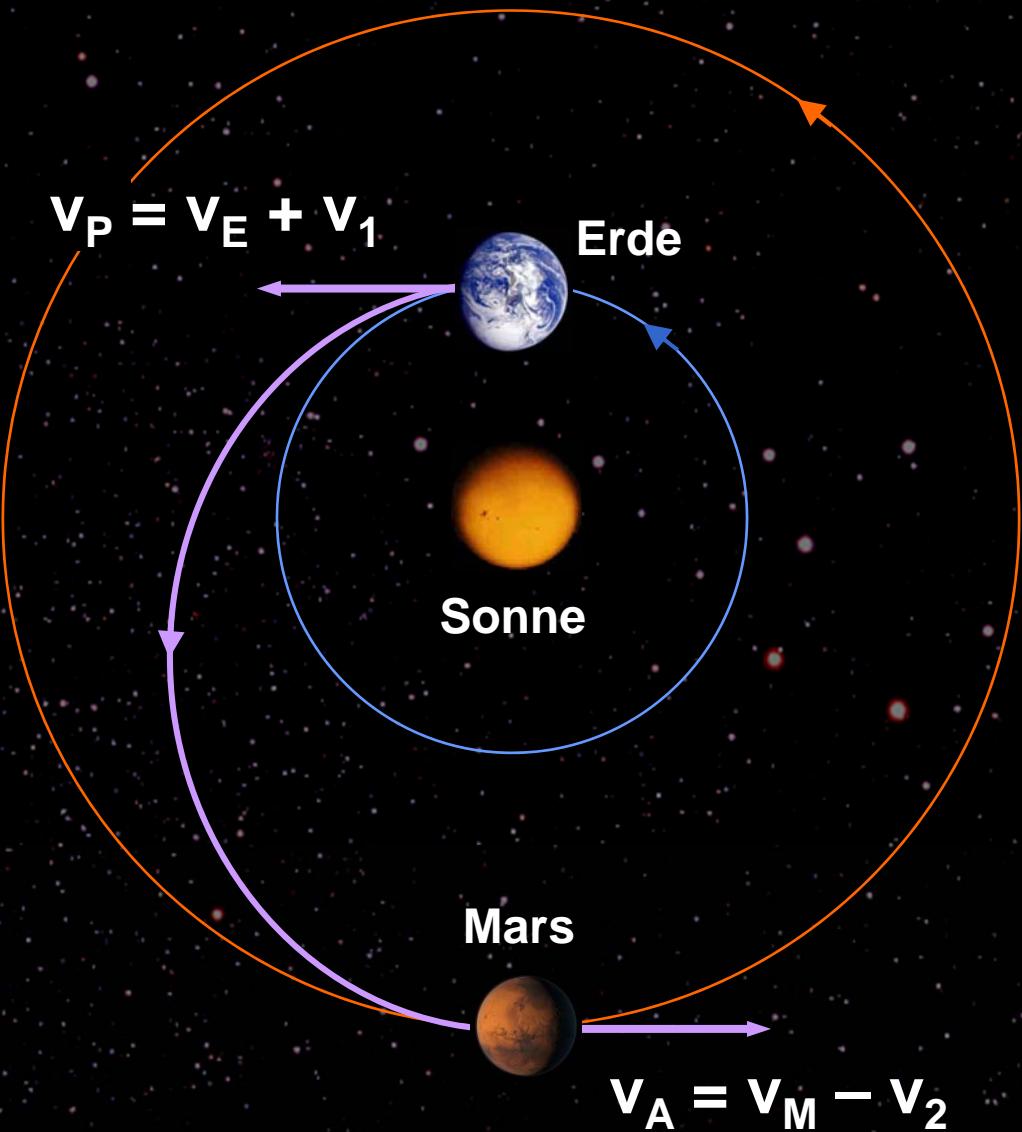


**Beispiel:** Wie viel Treibstoffmasse benötigt man für einen Hohmann-Transfer auf einen geostationären Orbit mit  $u = 4500$  m/s?

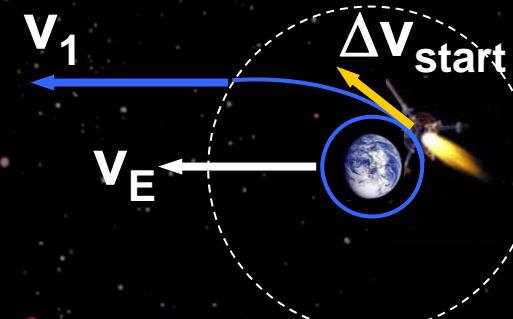
$$\rightarrow \frac{m_0}{m_f} = e^{\frac{4010}{4500}} = 2,44$$

Die Rakete besteht zu 60% aus Treibstoff!

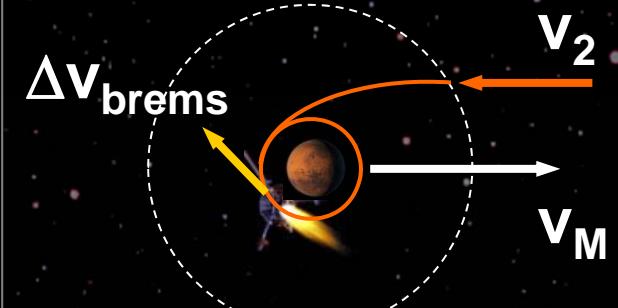
# Die Flugbahn zum Mars .... HOHMANN-Transfer!



Einflusssphäre d. Erde:



Einflusssphäre d. Mars:



# Flugphasen und Flugdaten

## Flugphase

Flugzeit	Impuls $\Delta v$	Treibstoff bezogen auf $m_0$
----------	-------------------	---------------------------------



einige  
Tage

3,58  
km/s

55%



0,71  
Jahre

0

0%

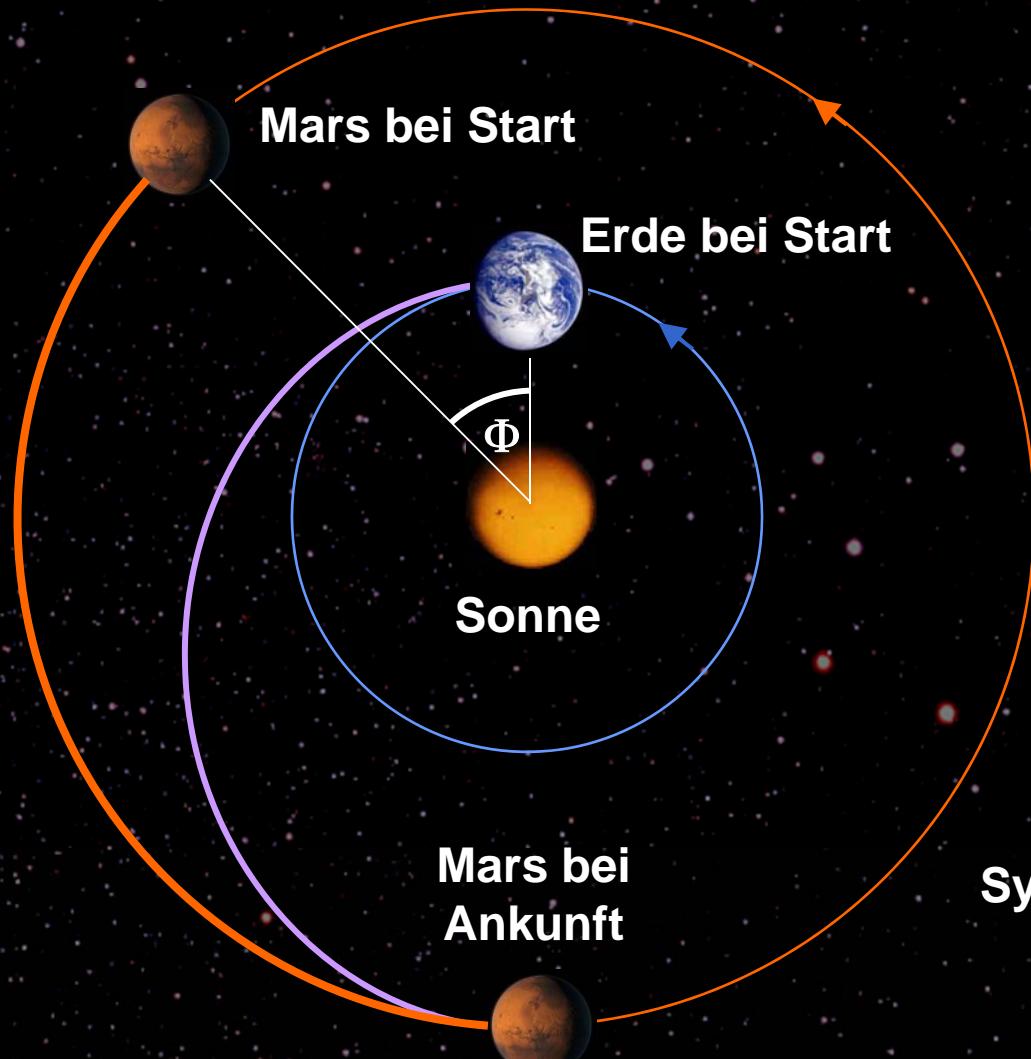


einige  
Tage

2,10  
km/s

17%

# Wann können wir aufbrechen?



Passender  
Vorhaltewinkel:

$$\Phi = 44,4^\circ$$

Erde bewegt sich  
schneller als Mars:  
**Φ verändert sich!**

Umlaufzeit Erde:  $T_1 = 1$  Jahr

Umlaufzeit Mars:  $T_2 = 1,88$  Jahre

Synodische Periode: 
$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

**$T_s = 2,14$  Jahre**

# Zusammenfassung



## Die Reise zum Mars:

- dauert 0,71 Jahre
- verbraucht 72% der Startmasse als Treibstoff (1x Erdorbit → Marsorbit)
- kann alle 2,14 Jahre stattfinden

